

УДК 652.3

DOI <https://doi.org/10.32782/EIS/2024-106-4>**ДОСЛІДЖЕННЯ ТЕНДЕНЦІЙ ТА ПЕРСПЕКТИВ РОЗВИТКУ БАРАБАННИХ МЛИНІВ****Баланюк Андрій Васильович,**

аспірант кафедри електропривода

Національного технічного університету «Дніпровська політехніка»

ORCID ID: 0000-0001-5562-4310

У статті представлено всебічний аналіз новітніх рішень, які використовуються в барабанних млинах, акцентовано на необхідності підвищення енергоефективності, оптимізації та покращення процесів подрібнення в гірничодобувній галузі. Основним предметом дослідження є аналіз інноваційних методологій, спрямований на покращення продуктивності перероблення корисних мінералів.

Огляд охоплює критичний аналіз літератури останніх років, яка пояснює вплив геометрії помольного середовища на продуктивність барабанно-кульових млинів. Це підкреслює важливість форми та розподілу частинок за розміром у впливі на динаміку процесу подрібнення. Крім того, в статті розглянуто досягнення в методах моделювання, зокрема застосування методів дискретних елементів (МДЕ), які полегшують моделювання складних взаємодій у середовищі подрібнення, що дають цінну інформацію про динаміку роботи барабанних млинів, дозволяючи визначити оптимальні умови для споживання енергії та оброблення матеріалів. Також предметом дослідження є вивчення вдосконалених систем керування та регулювання, які призначені для оптимізації робочих параметрів та підвищення загальної ефективності процесу подрібнення.

Результати дослідження підкреслюють необхідність оптимізації механізмів подрібнення для зменшення витрат енергії та підвищення продуктивності операцій з перероблення корисних копалин. Розв'язуючи проблеми, пов'язані зі споживанням енергії та ефективністю роботи, це дослідження є внеском у поточний дискурс щодо практик сталого розвитку в гірничодобувній промисловості. Уявлення, отримані в результаті наукової розвідки, готові інформувати про розроблення більш ефективних технологій подрібнення корисних копалин, таким чином підкреслюючи прогалини й можливі напрями для подальших наукових досліджень у сфері модернізації барабанних млинів. Ця робота є основоположним посиланням для майбутніх досліджень, спрямованих на розвиток галузі перероблення мінеральної сировини та підвищення ефективності роботи систем подрібнення.

Ключові слова: подрібнення, барабанний млин, енергоефективність.

Balanyuk Andrii. Study of the trends and prospects for the development of tumbling mills

This article presents a comprehensive analysis of the latest solutions used in tumbling mills, focusing on the need to increase energy efficiency, optimize and improve grinding processes in the mining industry. The main subject of this study is the analysis of innovative methodologies aimed at improving the productivity of mineral processing.

The review covers a critical analysis of recent literature that explains the impact of grinding media geometry on the performance of tumbling ball mills. It emphasizes the importance of particle shape and size distribution in influencing the grinding process dynamics. In addition, the article discusses advances in modeling techniques, in particular the use of discrete element methods (DEMs), which facilitate the modeling of complex interactions in the grinding media, providing valuable information about the dynamics of tumbling mills, allowing to determine the optimal conditions for energy consumption and material processing. Also, the subject of this study is the study of advanced control systems and regulators that are designed to optimize operating parameters and improve the overall efficiency of the milling process.

The results of this study emphasize the need to optimize grinding mechanisms to reduce energy consumption and increase the productivity of mineral processing operations. By addressing the issues related to energy consumption and operational efficiency, this study contributes to the current discourse on sustainability practices in the mining industry. The insights gained from this study are poised to inform the development of more efficient mineral grinding technologies, thus highlighting gaps and possible areas for further research in the area of tumbling mill modernization. This work is a fundamental reference for future research aimed at developing the mineral processing industry and improving the efficiency of grinding systems.

Key words: grinding, tumbling mill, energy efficiency.

Актуальність проблеми. Машини для подрібнення споживають 36% енергії, що використовується в гірничодобувній промисловості. Подрібнення золота та міді потребує 0,2% усієї електроенергії світу та 1,3% Австралії відповідно [1]. Ці факти підкреслюють актуальність дослідницької роботи в напрямі оптимізації та модернізації роботи подрібнювальних

механізмів. За останні роки з'явилися нові реалізації подрібнювальних млинів, як-от валки високого тиску (HPGR), вібраційні млини і млини з мішалкою, проте барабанні млини через свою доступність та дешевизну все ще залишаються найбільш широко використовуваним традиційним обладнанням для подрібнення [2].

Аналіз останніх досліджень і публікацій.

Для виконання наведеної нижче мети було проведено аналіз сучасних досліджень і публікацій з теми. Критерії відбору публікацій, що розглядалися, наведено в таблиці 1.

Таблиця 1

Критерії відбору публікацій, що розглядалися

1	Мова публікації	Англійська або українська
2	Рік публікації	Від 2004 до 2024
3	Джерела, що розглядалися	Minerals Engineering, Social Science Research Network, Minerals, Powder Technology, International Conference on Information Engineering, Advances in Materials Physics and Chemistry, IMPC, Вісник Національного університету «Львівська політехніка», Eastern-European Journal of Enterprise Technologies, Journal of Process Control, Advanced Materials
4	Пошукові системи, що використовувалися	Google Scholar, Research Gate, ScienceDirect, MDPI

Мета дослідження. Метою дослідження є аналіз сучасних наукових досліджень, що стосуються барабанних млинів, вивчення їх впливу на ефективність подрібнення матеріалів, що сприяє підвищенню продуктивності та зниженню енерговитрат у промислових процесах.

Виклад основного матеріалу дослідження. Барабанним млином називають механізм, призначений для подрібнення корисних копалин. Конструктивно млин представляє собою циліндричний барабан, що обертається і заповнений помольними тілами. Можливі

[3, с 48–49] класифікації барабанних млинів наведено на рисунку 1.

Сучасні роботи, що стосуються теми барабанних млинів, умовно можливо поділити на чотири категорії: 1) ті, що розглядають питання можливої оптимізації продуктивності внаслідок зміни параметрів помольних тіл; 2) ті, що вивчають використання керамічних молотків; 3) ті, що присвячені вивченню барабанних млинів із використанням нових технологій; 4) ті, що розглядають питання впровадження контролерів та регуляторів для підвищення ефективності помольних процесів.

Першою категорією перспективних робіт [4–8; 12] є дослідження щодо форми помольних тіл та їх впливу на процеси подрібнення й можливі позитивні ефекти, зменшення зносу, часу на процес чи енергоспоживання. Публікації [4; 5] містять аналіз наявних праць, що стосуються впливу помольних тіл на процеси подрібнення. У роботі [4] відзначено, що форма помольних тіл (сферичні, еліпсоїдні, кубічні, циліндричні тощо) може впливати на продуктивність барабанного млина. Помольні тіла можуть безпосередньо впливати на швидкість подрібнення, поведінку навантаження млина, споживану потужність і загальне енергоспоживання. У дослідженні [5] підкреслено, що пошук альтернативних помольних тіл, що зможуть краще протистояти зносу і продовжити термін служби, є перспективним напрямом. Властивості помольних тіл, як-от форма, твердість і розмір, повинні й надалі досліджуватися для підвищення ефективності млинів. У публікації [6] автори вивчають питання впливу зносу на ефективність роботи кулькового барабанного млину. Було помічено, що сферичні кульки мають дещо вищий темп подрібнення, ніж у зношених куль, однак, ураховуючи, що зношені

**Рис. 1. Можливі класифікації барабанних млинів**

куль в промислових млинах становлять близько 15–40% і що спостерігається лише незначна різниця в швидкості руйнування, ефект від присутності зношених куль у шихті млина є незначно малим. Таким чином, вигода, яку можна отримати, не виправдовує витрати на їх видалення з млинів. У публікації [7] було отримано інформацію про вплив форми помольного тіла на поведінку вантажу та потужність млина. Позиції навантаження, які були визначені кількісно з огляду на положення носка та плеча, відрізняються для різних форм носія. Циліндричні тіла мають більш високе положення плеча на всіх досліджуваних швидкостях, а сферичні тіла мають найнижчі значення. Тенденції такі, що для всіх трьох форм носія положення уступів збільшується зі збільшенням швидкості млина. Водночас положення уступу для сфер збільшується із заповненням млина, положення уступів для циліндричних куль мало змінюється із заповненням млина, тоді як для циліндричних тіл [8] проводять порівняння використання кульок проти цельпебс. Для цього було зроблено лабораторні випробування з використанням стандартного кульового млина для порівняння продуктивності подрібнення цельпебс із кульками. Було досліджено вплив трьох умов завантаження – маси, гранулометричного складу та площі поверхні. Моделювання показало, що гранулометричний склад середовища має більш значний вплив на утворення дрібних фракцій, ніж тип середовища.

Другим перспективним напрямом є новітні дослідження [9–12], що вивчають використання керамічних помольних тіл. У публікації [9] було перевірено можливість застосування керамічних куль у барабанних млинах під час подрібнення корисних копалин, що повинно підвищити продуктивність наявних млинів завдяки покращенню ефекту подрібнення та призвести до зниження споживання енергії на подрібнення в барабанних млинах. У [10] вперше було застосовано метод бінарних середовищ і описано, як використати його в промисловості, продемонструвавши доцільність вживання комбінації сталевих і керамічних куль у промислових барабанних млинах. У дослідженні [11] з'ясовується, чому керамічні куль досягають вищої продуктивності подрібнення порівняно зі сталевими за меншої щільності та меншого споживання енергії. Аналіз руху частинок показав, що збільшення рівня наповнення значно покращує розподіл швидкостей помольних тіл. У роботі [12] розглянуто інноваційний підхід до використання керамічних куль замість цельпебс як помольних тіл у мокрому кульовому млині, який базується

на розмірі куль і співвідношенні загальної маси цельпебс. Автори доходять висновку, що керамічні куль можуть бути використані в мокрих барабанних млинах для заміни цельпебсів як помольних тіл тонкого помелу. Цей результат також було перевірено в промислових умовах.

Третім перспективним напрямом сучасних публікацій на тему барабанних млинів є роботи [13–20], фокус яких направлений на моделювання роботи барабанного млина. Публікації [11, 13–16] використовують методи дискретних елементів (МДЕ) для проведення досліджень. У статті [13] представлено комплексний аналіз застосування МДЕ в барабанних кульових млинах, висвітлено його ефективність, важливість розширення масштабів і потенціал для вдосконалення промислових практик. Автори публікації [14] дійшли висновків, що достовірність метода чисельного моделювання тісно пов'язана з розумним вибором параметрів, які для моделі МДЕ включають жорсткість, коефіцієнт демпфування, коефіцієнт відновлення і коефіцієнт тертя. Також ними була успішно реалізована схема МДЕ кульового барабанного млина, в значній мірі завдяки двом міркуванням, пов'язаним з вибором жорсткості: перекриттям між компонентами і часовим кроком. Автори виявили взаємозв'язок між коефіцієнтом демпфування і коефіцієнтом відновлення. Також дослідники вивчили взаємозв'язок між коефіцієнтом демпфування і коефіцієнтом відновлення на основі факторів, які слід урахувати під час вибору константи демпфування. Автор дослідження [15] стверджує, що форма частинок порошку не має суттєвого впливу на характер руху та результати моделювання, час моделювання збільшується зі зростанням співвідношення діаметра кульки до діаметра порошку, збільшення швидкості обертання значно вплинуло на характер руху та час моделювання. Результати публікації свідчать про те, що співвідношення діаметру кульки до діаметру порошку і швидкість обертання повинні бути відповідним чином відрегульовані перед розмелюванням. У публікації [16] представлено такі висновки: моделювання та імітація барабанних млинів можуть бути вдосконалені, а нові комбінації чисельних методів дають цікаві результати; вибір комбінації моделей залежить від того, яку інформацію користувач бажає отримати від досліджуваної системи; експериментальні методи точного вимірювання поведінки деформації підйомника і крутного моменту під час помелу дозволяють порівнювати чисельні моделі безпосередньо з результатами вимірювань. Автори [17–20] досліджують процеси,

пов'язані з помелом, використовуючи спеціально створені математичні моделі. Наведена в дослідженні [17] математична модель електромеханічної системи електроприводу кульового млина дає змогу вивчати процеси, пов'язані з пуском, та налаштовувати систему керування. Також автори стверджують, що сучасні частотно-керовані електроприводи з асинхронними двигунами є ефективними для приводу механізмів, що працюють зі змінним моментом інерції та навантаження, проте для цього такій системі необхідна можливість формування характеристик із реалізацією та підтриманням значних моментів під час пуску. У публікації [18] було розроблено динамічну і механістичну структуру моделі для барабанних млинів, засновану на концепції балансу популяцій. З метою універсальності застосування цю структуру розроблено загалом механістично, що дало змогу уникнути надмірної кількості емпіричних залежностей, особливо тих, які мають вузьку сферу застосування. Робота [19] надає такі висновки: моделювання ударної дії внутрішньокамерного завантаження барабанного млина базується на врахуванні стрибкоподібної кінцевої зміни швидкості руху зони вильоту на поверхні імпульсного контакту; нелінійна ударна взаємодія відбувається на межі переходу зони польоту завантаження в зону зсувного шару; ударний фактор є усередненим значенням вертикального складника швидкості зони вильоту до взаємодії. Авторами також встановлено, що раціональний діапазон значень відносної швидкості обертання під час подрібнення в барабанному млині ударної дії становить 0,75–0,9. У публікації [20] проаналізовано поведінку помольних тіл у кульовому млині з ліфтерами на основі експериментів і чисельного моделювання, яке проводилося з використанням Ейлерової гранульованої багатофазної моделі, а також кінетичної теорії гранульованого потоку.

Четвертим напрямом є питання, пов'язані з підвищенням енергоефективності барабанних млинів. Публікації [21–24] присвячено впровадженню контролерів та регуляторів для підвищення ефективності процесів подрібнення. Авторами [21] розроблено моделі вхід – вихід для проєктування регулятора з використанням ступінчастих відгуків, отриманих з імітаційної моделі. Багатоконтурні ПІ-регулятори розробляються та налаштовані для врахування

взаємодії між контурами регулювання. Публікація [22] надає два основних висновки: 1) удосконалення технології подрібнення шляхом безперервного регулювання швидкості обертання барабана у відповідь на твердість вхідного подрібнюваного матеріалу та використання більш енергоефективного типу приводу на основі синхронного двигуна – це два способи підвищення продуктивності обладнання; 2) використовуючи енергозберезувальну техніку керування, яка вибирає необхідне значення напруги залежно від навантаження на двигун, запропонована система електроприводу може заощадити ще більше енергії. Для керування контурами подрібнення кульових млинів із такими зовнішніми та внутрішніми збуреннями авторами [23] розроблено стратегію багатоваріантного керування на основі спостерігача за збуреннями. Стратегія керування складається із двох складних контролерів для двох контурів відповідно. Кожен регулятор складається теж із двох частин: частина зворотного зв'язку з ПІД-регулятором та частина компенсації за прямим зв'язком, що базується на оцінюванні збурення. У роботі [24] з огляду на вимоги до процесу та управління системою кульових млинів та відповідно до технології управління ПЛК, технології промислових мереж та технології комп'ютерного управління, приймаючи структуру розподіленого управління IPC та ПЛК промислової мережі Ethernet, автори реалізують зв'язок між ПЛК серії Siemens S7, апаратним обладнанням млина та розробленим програмним забезпеченням. Експериментально підтверджено, що робота системи кульового млина є надійною та стабільною.

Висновки і перспективи подальших досліджень. Висновки, отримані з розглянутих досліджень, свідчать про нагальну потребу в подальших дослідженнях довгострокових наслідків різних помольних середовищ для продуктивності помелу та споживання енергії. Крім того, застосування передових методологій моделювання може дати глибше розуміння динамічної поведінки барабанних млинів за різних умов експлуатації.

Оскільки галузь усе більше надає пріоритет екологічним практикам, оптимізація барабанних млинів не тільки сприяє зниженню витрат, але й узгоджується з екологічними цілями, зменшуючи споживання енергії та мінімізуючи відходи від експлуатації.

ЛІТЕРАТУРА:

1. G.R. Ballantyne, M.S. Powell. Benchmarking comminution energy consumption for the processing of copper and gold ores, Miner. Eng. 65. 2014, 109–114.

2. Yu, P., Xie, W., Liu, L. X., Hilden, M., Powell, M. S. A consolidated summary on the evolution of a dynamic tumbling mill model. *Powder Technology*. 2021, 391, 173–183. DOI: <https://doi/10.1016/j.powtec.2021.06.017>
3. Конспект лекцій до розділу «Механічні процеси» з курсу —Процеси та апарати хімічних виробництв» для студентів Ш-ІУ курсів механічних спеціальностей / укл. С.О. Опарін. Дніпропетровськ : ДВНЗ УДХТУ, 2012. URL: <https://science.lpnu.ua/sites/default/files/journal-paper/2019/oct/19348/900maket2018original-19-25.pdf>
4. Shahbazi B., Jafari M., Parian M., Rosenkranz J., Chehreh Chelgani S. Study on the impacts of media shapes on the performance of tumbling mills – A review. *Minerals Engineering*. 2020, 157, 106490. DOI: <https://doi/10.1016/j.mineng.2020.106490>
5. Matsanga Nyasha Nheta W., Chimwani, Ngonidzashe. Grinding Media in Ball Mills-A Review. 2023, 10.20944/preprints202304.0811.v1.
6. Lameck N.S., Moys M.H. Effects of media shape on milling kinetics. *Minerals Engineering*, 2006, 19(13), 1377–1379. DOI: <https://doi/10.1016/j.mineng.2005.12.008>
7. Lameck N.S., Kiangi K.K., Moys M.H. Effects of grinding media shapes on load behaviour and mill power in a dry ball mill. *Minerals Engineering*. 2006, 19(13), 1357–1361. DOI: [doi:10.1016/j.mineng.2006.01.005](https://doi/10.1016/j.mineng.2006.01.005)
8. SHI F. Comparison of grinding media—Cylpebs versus balls. *Minerals Engineering*. 2004, 17(11-12), 1259–1268. DOI: [doi:10.1016/s0892-6875\(04\)00188-8](https://doi/10.1016/s0892-6875(04)00188-8)
9. Xin Fang, Caibin Wu, Ningning Liao, Chengfang Yuan, Bin Xie, Jiaqi Tong. The first attempt of applying ceramic balls in industrial tumbling mill: A case study. *Minerals Engineering*. Volume 180, 2022, 107504, ISSN 0892-6875, DOI: <https://doi.org/10.1016/j.mineng.2022.107504>
10. Fang Xin, Wu, Caibin Liao, Ningning Yuan, Chengfang Xie, Bin Tong, Jiaqi. The first attempt of applying ceramic balls in industrial tumbling mill: A case study. *Minerals Engineering*. 2022, 180, 107504. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.mineng.2022.107504>.
11. Fang X., Wu C., Liao N., Yuan C., Zhong J., Zhu S., Liu A., Xiao K. Understanding the Energy-Saving Mechanism of Ceramic Balls in Tumbling Mills 2024, SSRN DOI: <https://doi.org/10.2139/ssrn.4900369>
12. Liao, Ningning, Caibin Wu, Jianjuan Li, Xin Fang, Yong Li, Zhongxiang Zhang, and Wenhong Yin. "A Comparison of the Fine-Grinding Performance between Cylpebs and Ceramic Balls in the Wet Tumbling Mill" *Minerals* 2022, 12, no. 8: 1007. DOI: <https://doi.org/10.3390/min12081007>.
13. Yaoyu Li, Yang You, Dazhao Gou, Aibing Yu, Runyu Yang, A DEM based scale-up model for tumbling ball mills, *Powder Technology*, Volume 409, 2022, 117854, ISSN 0032-5910. URL: <https://doi.org/10.1016/j.powtec.2022.117854>
14. Hu, Z., Hu, G., Liu, Y., Wan, H., Liu, L. Some Considerations on the Parameters Selection of DEM Simulation for Tumbling Ball Mills. 2010 WASE International Conference on Information Engineering. doi:10.1109/icie.2010.248 2010
15. Mohsen Mhadhbi, Effect of Milling Parameters on DEM Modeling of a Planetary Ball Mill, *Advances in Materials Physics and Chemistry*, 2023, PP. 49-58, DOI: <https://doi/10.4236/ampc.2023.134004>
16. Jonsén P., Pålsson, B.I. & Stener J. Häggblad, H.-Å Tano, Kent Berggren, A. Development of physically based tumbling mill models. IMPC 2014 – 27th International Mineral Processing Congress.
17. Моделювання процесів розгону електроприводу кульового млина. *Вісник Національного університету «Львівська політехніка»*. Серія: Електроенергетичні та електромеханічні системи / Л.Ф. Карплюк та ін. 2018. № 900. С. 21–27.
18. Yu, Ping & Xie, Weiguo Liu, L. Powell, Malcolm. Development of a dynamic mill model structure for tumbling mills. IMPC 2014 – 27th International Mineral Processing Congress.
19. Naumenko, Y., Deineka, K. Building a model of the impact grinding mechanism in a tumbling mill based on data visualization. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*, 2023, 3(7 (123), 65–73. URL: <https://doi.org/10.15587/1729-4061.2023.283073>
20. Machado M.V.C., Santos D.A., Barrozo, M.A.S., Duarte, C.R. Experimental and Numerical Study of Grinding Media Flow in a Ball Mill. *Chemical Engineering & Technology*. 2017, 40(10), 1835–1843. DOI: <https://doi/10.1002/ceat.201600508>
21. Ramasamy M., Narayanan S.S., Rao, C.D.P. Control of ball mill grinding circuit using model predictive control scheme. *Journal of Process Control*. 2005, 15(3), 273–283. DOI: <https://doi/10.1016/j.jprocont.2004.06.006>
22. Borodai V., Nesterova O., Shykhov S., Khalayimov T. Development of automatic speed control system for synchronous drive of high-power tumbling mills. 2018. URL: <https://ir.nmu.org.ua/bitstream/handle/123456789/153362/89-91.pdf?sequence=1>

23. Chen X.S., Yang, J., Li, S.H., Li, Q. Disturbance observer based multi-variable control of ball mill grinding circuits. *Journal of Process Control*. 19(7), 1205–1213. DOI: <https://doi/10.1016/j.jprocont.2009.02.004>
24. Dang H.S., Zhang Y., Wang G. Design of Control System for the Ball Mill. *Advanced Materials Research*. 2014, 898, 497–500. DOI: [doi:10.4028/www.scientific.net/amr.898.497](https://doi.org/10.4028/www.scientific.net/amr.898.497)

REFERENCES:

1. G.R. Ballantyne, M.S. Powell (2014). Benchmarking comminution energy consumption for the processing of copper and gold ores, *Miner. Eng.* 65 109–114.
2. Yu, P., Xie, W., Liu, L. X., Hilden, M., & Powell, M. S. (2021). A consolidated summary on the evolution of a dynamic tumbling mill model. *Powder Technology*, 391, 173–183. DOI: <https://doi/10.1016/j.powtec.2021.06.017>
3. S.O. Oparin (2012). Konspekt leksiy do rozdiliv «Mekhanichni protsesy» z kursu —Protsesy ta aparaty khimichnykh vyrobnytstv» dlya studentiv SH-IY kursiv mekhanichnykh spetsial'nostey [Synopsis of lectures for the section "Mechanical processes" from the course "Processes and devices of chemical production" for students of SH-IY courses of mechanical specialties]. Ukl. – Dnipropetrovs'k: DVNZ UDKHTU, Retrieved from https://udhtu.edu.ua/wp-content/uploads/2017/08/Paht_2729.pdf
4. Shahbazi, B., Jafari, M., Parian, M., Rosenkranz, J., & Chehreh Chelgani, S. (2020). Study on the impacts of media shapes on the performance of tumbling mills – A review. *Minerals Engineering*, 157, 106490. DOI: <https://doi/10.1016/j.mineng.2020.106490>
5. Matsanga, Nyasha & Nheta, W. & Chimwani, Ngonidzashe. (2023). Grinding Media in Ball Mills-A Review. 10.20944/preprints202304.0811.v1.
6. Lameck, N. S., & Moys, M. H. (2006). Effects of media shape on milling kinetics. *Minerals Engineering*, 19(13), 1377–1379. DOI: <https://doi/10.1016/j.mineng.2005.12.008>
7. Lameck, N. S., Kiangi, K. K., & Moys, M. H. (2006). Effects of grinding media shapes on load behaviour and mill power in a dry ball mill. *Minerals Engineering*, 19(13), 1357–1361. DOI: [doi:10.1016/j.mineng.2006.01.005](https://doi.org/10.1016/j.mineng.2006.01.005)
8. SHI, F. (2004). Comparison of grinding media – Cylpebs versus balls. *Minerals Engineering*, 17(11–12), 1259–1268. DOI: [doi:10.1016/s0892-6875\(04\)00188-8](https://doi.org/10.1016/s0892-6875(04)00188-8)
9. Xin Fang, Caibin Wu, Ningning Liao, Chengfang Yuan, Bin Xie, Jiaqi Tong. (2022). The first attempt of applying ceramic balls in industrial tumbling mill: A case study. *Minerals Engineering*. Volume 180,2022, 107504, ISSN 0892-6875, DOI: <https://doi.org/10.1016/j.mineng..107504>
10. Fang, Xin & Wu, Caibin & Liao, Ningning & Yuan, Chengfang & Xie, Bin & Tong, Jiaqi. (2022). The first attempt of applying ceramic balls in industrial tumbling mill: A case study. *Minerals Engineering*. 180. 107504. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.mineng.2022.107504>.
11. Fang X., Wu C., Liao N., Yuan C., Zhong J., Zhu S., Liu A., Xiao K. (2024). Understanding the Energy-Saving Mechanism of Ceramic Balls in Tumbling Mills SSRN DOI: <https://doi.org/10.2139/ssrn.4900369>
12. Liao, Ningning, Caibin Wu, Jianjuan Li, Xin Fang, Yong Li, Zhongxiang Zhang, and Wenhong Yin. (2022). A Comparison of the Fine-Grinding Performance between Cylpebs and Ceramic Balls in the Wet Tumbling Mill" *Minerals* 12, no. 8: 1007. DOI: <https://doi.org/10.3390/min12081007>.
13. Yaoyu, Li, Yang, You, Dazhao, Gou, Aibing, Yu., Runyu, Yang, (2022). A DEM based scale-up model for tumbling ball mills, *Powder Technology*, Volume 409, 117854, ISSN 0032-5910. URL: <https://doi.org/10.1016/j.powtec.2022.117854>.
14. Hu, Z., Hu, G., Liu, Y., Wan, H., & Liu, L. (2010). Some Considerations on the Parameters Selection of DEM Simulation for Tumbling Ball Mills. 2010 WASE International Conference on Information Engineering. doi:10.1109/icie.2010.248
15. Mohsen Mhadhbi (2023). Effect of Milling Parameters on DEM Modeling of a Planetary Ball Mill, *Advances in Materials Physics and Chemistry*, PP. 49-58, DOI: <https://doi.org/10.4236/ampc.2023.134004>
16. Jonsén, P. & Pålsson, B.I. & Stener, J. & Häggblad, H.-Å & Tano, Kent & Berggren, A. (2014). Development of physically based tumbling mill models. IMPC 2014 – 27th International Mineral Processing Congress.
17. LF., Karplyuk, VI., Moroz, IR., Holovach, AYU., Nyshchyy. (2018). Modelyuvannya protsesiv roz'honu elektropryvodu kul'ovoho mlyna.[Modeling of acceleration processes of the ball mill electric drive]. *Visnyk Natsional'noho universytetu "L'vivs'ka politekhnika"*. Seriya: Elektroenerhetychni ta elektromekhanichni systemy URL: <https://science.lpnu.ua/sites/default/files/journal-paper/2019/oct/19348/900maket2018oruginal-19-25.pdf>
18. Yu, Ping, & Xie, Weiguo, & Liu, L., & Powell, Malcolm. (2014). Development of a dynamic mill model structure for tumbling mills. IMPC 2014 – 27th International Mineral Processing Congress.
19. Naumenko, Y., & Deineka, K. (2023). Building a model of the impact grinding mechanism in a tumbling mill based on data visualization. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*, 3(7 (123), 65–73. URL: <https://doi.org/10.15587/1729-4061.2023.283073>

20. Machado, M. V. C., Santos, D. A., Barrozo, M. A. S., & Duarte, C. R. (2017). Experimental and Numerical Study of Grinding Media Flow in a Ball Mill. *Chemical Engineering & Technology*, 40(10), 1835–1843. DOI: <https://doi/10.1002/ceat.201600508>

21. Ramasamy, M., Narayanan, S. S., & Rao, C. D. P. (2005). Control of ball mill grinding circuit using model predictive control scheme. *Journal of Process Control*, 15(3), 273–283. DOI: <https://doi/10.1016/j.jprocont.2004.06.006>

22. Borodai V., Nesterova O., Shykhov S., Khalayimov T. (2018). Development of automatic speed control system for synchronous drive of high-power tumbling mills. *Tumbling Mills*. URL: <https://ir.nmu.org.ua/bitstream/handle/123456789/153362/89-91.pdf?sequence=1>

23. Chen, X. S., Yang, J., Li, S. H., & Li, Q. (2009). Disturbance observer based multi-variable control of ball mill grinding circuits. *Journal of Process Control*, 19(7), 1205–1213. DOI: <https://doi/10.1016/j.jprocont.2009.02.004>

24. Dang, H. S., Zhang, Y., & Wang, G. (2014). Design of Control System for the Ball Mill. *Advanced Materials Research*, 898, 497–500. DOI: [doi:10.4028/www.scientific.net/amr.898.497](https://doi.org/10.4028/www.scientific.net/amr.898.497)