

УДК 004.03

DOI <https://doi.org/10.32782/IT/2023-2-9>

### **Владислав СІДАНЧЕНКО**

аспірант кафедри безпеки інформації та телекомунікацій, Національний технічний університет «Дніпровська політехніка», просп. Дмитра Яворницького, 19, м. Дніпро, Україна, 49005, [sidanchenko.vl.v@ntmu.one](mailto:sidanchenko.vl.v@ntmu.one)

ORCID: 0000-0001-5581-9177

### **Олена НІКОЛЬСЬКА**

старший викладач кафедри безпеки інформації та телекомунікацій, Національний технічний університет «Дніпровська політехніка», просп. Дмитра Яворницького, 19, м. Дніпро, Україна, 49005, [nikolska.a.i@ntmu.one](mailto:nikolska.a.i@ntmu.one)

ORCID: 0000-0001-9283-9214

**Бібліографічний опис статті:** Сіданченко, В., Нікольська, О. (2023). Методи нелінійної динаміки в задачі прогнозування хімічного складу чавуну на випуску. *Information Technology: Computer Science, Software Engineering and Cyber Security*, 2, 76–83, doi: <https://doi.org/10.32782/IT/2023-2-9>

## **МЕТОДИ НЕЛІНІЙНОЇ ДИНАМІКИ В ЗАДАЧІ ПРОГНОЗУВАННЯ ХІМІЧНОГО СКЛАДУ ЧАВУНУ НА ВИПУСКУ**

**Вступ.** З метою підвищення достовірності та точності прогнозних значень часових рядів, якими представлені результати хімічного аналізу чавуну на випуску доменної печі, у цій роботі пропонується скористатися методами нелінійної динаміки.

Грунтуючись на матеріали роботи (Гусєв, Сіданченко, 2022, с. 24–31), в якій представлені обґрунтування гіпотези про фрактальний характер часових рядів, можна зробити висновок, що традиційні методи прогнозування не є адекватними характеру досліджуваних процесів. Отримані результати досліджень демонструють, що для вирішення поставленого завдання, найбільш перспективним підходом є використання методів нелінійної динаміки.

**Методологія.** Як правило, часовими рядами є випадкові зміни величин, що дозволяють послідовно уявити еволюцію складних систем на основі отриманих даних. Найбільш поширені методи дослідження таких систем використовують кореляційний та спектральний аналізи, згладжування та фільтрацію даних, моделі авторегресії та прогнозування (Kornienko, Gerasina, Gusev, 2013). Найчастіше статистичний аналіз ґрунтується на припущенні, що поведінка досліджуваної системи є випадковим гаусівським процесом. Однак багато реальних часових рядів характеризуються інваріантністю щодо масштабних перетворень (властивість самоподібності), у зв'язку з чим стандартна гаусівська статистика виявляється неспроможною і проблема дослідження часових рядів, в цьому випадку, може бути зведена до аналізу стохастичних самоподібних процесів, які можуть бути описані фрактальними множинами (Mandelbrot, Van-der-Veerd, 1982; Feder, 1988).

**Наукова новизна.** Універсальним інструментом дослідження динамічних процесів природного та техногенного походження є методи нелінійної динаміки, що дозволяють ідентифікувати та охарактеризувати динамічні системи будь-якого походження. Зокрема, з їх допомогою можна визначити, чи є досліджуваний режим (або процес) випадковим, або є детермінованим хаосом, який можна описати мовою диференціальних рівнянь. Як відомо, у багатьох складних системах досить часто спостерігаються явища динамічної самоорганізації, що призводять до утворення структур, зокрема часових фракталів. Слід зазначити, що інформація про параметри таких часових фрактальних структур є надзвичайно важливою для прогнозування еволюції складних технологічних систем, передбачення катастрофічних явищ та аварійних ситуацій.

**Ключові слова:** стохастичні сигнали, випадковий процес, прогнозування, оцінка, фрактальний аналіз, динамічна система, біфуркаційний аналіз.

**Vladyslav SIDANCHENKO**

PhD Student at the Department of Information Security and Telecommunications, Dnipro University of Technology, Dmytro Yavornytskyi ave., 19, Dnipro, Ukraine, 49005, sidanchenko.vl.v@nmu.one  
ORCID: 0000-0001-5581-9177

**Olena NIKOLSKA**

Senior Lecturer at the Department of Information Security and Telecommunications, Dnipro University of Technology, Dmytro Yavornytskyi ave., 19, Dnipro, Ukraine, 49005, nikolska.a.i@nmu.one  
ORCID: 0000-0001-9283-9214

**To cite this article:** Sidanchenko, V., Nikolska, O. (2023). Metody neliniinoi dynamiky v zadachi prohozuvannya khimichnoho skladu chavunu na vypusku. [Methods of non-linear dynamics in the problem of forecasting the chemical composition of cast iron the output]. *Information Technology: Computer Science, Software Engineering and Cyber Security*, 2, 76–83, doi: <https://doi.org/10.32782/IT/2023-2-9>

**METHODS OF NON-LINEAR DYNAMICS IN THE PROBLEM OF FORECASTING THE CHEMICAL COMPOSITION OF CAST IRON AT THE OUTPUT**

**Introduction.** In order to increase the reliability and accuracy of the forecast values of the time series, which present the results of the chemical analysis of cast iron at the output of the blast furnace, this work proposes to use the methods of nonlinear dynamics.

Based on the materials of the work (Gusev, Sidanchenko, 2022, p. 24–31), which presents the rationale for the hypothesis about the fractal nature of time series, it can be concluded that traditional forecasting methods are not adequate for the nature of the research processes. The research results show that the most promising approach to solving the task is the use of nonlinear dynamics methods.

**Methodology.** As a rule, time series are random changes in values that allow us to consistently visualize the evolution of complex systems based on the data obtained. The most common methods of studying such systems use correlation and spectral analyses, data smoothing and filtering, autoregressive model and forecasting (Kornienko, Gerasina, Gusev, 2013). Most often, statistical analysis is based on the assumption that the behavior of the studied system is a random Gaussian process. However, many real time series are characterized by invariance with respect to large-scale transformations (property of self-similarity), due to which standard Gaussian statistics turns out to be untenable and the problem of studying time series, in this case, can be reduced to the analysis of stochastic self-similar processes that can be described by fractal sets (Mandelbrot, Benoit, 1982; Feder, 1988).

**Scientific novelty.** Nonlinear dynamics methods are a universal tool for the study of dynamic processes of natural and man-made origin, which allow identifying and characterizing dynamic systems of any origin. In particular, with their help, it is possible to determine whether the studied mode (or process) is random or deterministic chaos, which can be described in the language of differential equations. As you know, in many complex systems, phenomena of dynamic self-organization are quite often observed, which lead to the formation of structures, in particular time fractals. It should be noted that information about the parameters of such temporal fractal structures is extremely important for forecasting the evolution of complex technological systems, predicting catastrophic phenomena and emergency situations.

**Key words:** stochastic signals, random process, forecasting, estimation, fractal analysis, dynamical system, bifurcation analysis.

**Актуальність даного дослідження** полягає в тому, що математичне моделювання нелінійних динамічних систем відкриває широкі можливості для вивчення різноманітних процесів у природі та суспільстві. Це міждисциплінарний підхід, що поєднує різні наукові дисципліни і дозволяє досліджувати системи різного рівня складності, починаючи від механічних систем і закінчуючи соціальними явищами.

Застосування методів нелінійної динаміки в дослідженні хімічного складу чавуну на випуску є особливо важливим. Це дозволяє встановити зв'язки між різними компонентами чавуну та вивчити їх вплив на процеси в домен-

ній печі. Впровадження цих методів може істотно сприяти розвитку промислових процесів та забезпечити покращення якості продукції.

**Аналіз попередніх досліджень.** Аналіз часових рядів на самоподібність проводився на основі реальних даних про вміст кремнію в чавуні (рисунок 1), отриманих у різні часові періоди на доменній печі № 3 (ДП-3) Маріупольського металургійного комбінату ім. Ілліча (ММК).

Основна кількісна характеристика фракталів – топологічна розмірність  $D$ , запроваджена Хаусдорфом. Для більшості природних часових рядів аналітичне знаходження топологічної

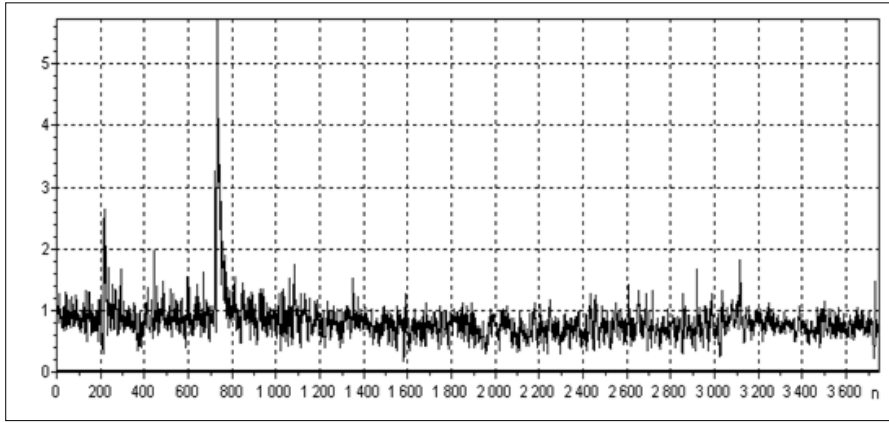


Рис. 1. Динаміка зміни вмісту кремнію в чавуні на випуску

фрактальної розмірності неможливе, тому  $D$  визначають чисельно: або у вигляді кореляційної оцінки, або через величини, пов'язані з нею простими співвідношеннями (наприклад, показника Херста  $H$ ). Для калібрування часових вимірів Херст ввів безрозмірне відношення за допомогою поділу розмаху стандартного відхилення спостережень  $R/S$ . Цей метод аналізу стали називати  $R/S$  – аналізом. (Feder, 1988).

Показник Херста  $H$  інтерпретується наступним чином:

$H = 0.5$  – передбачає часовий ряд у вигляді білого шуму (незалежний, випадковий процес);

$0 \leq H < 0.5$  - означає рожевий шум або антиперсистентність (часовий ряд змінює напрям частіше, ніж ряд випадкових незалежних величин);

$0.5 < H \leq 1$  – означає чорний шум або персистентність (часовий ряд характеризується ефектом довготривалої пам'яті і має схильність до трендів). Трендостійкість поведінки процесу збільшується при наближенні до одиниці.

Зазначимо, що показник Херста пов'язаний із топологічною фрактальною розмірністю співвідношенням  $D=2-H$ .

Результат  $R/S$  – аналізу є обчислення показника Херста  $H$ , який є статистичною характеристикою структури та визначається для часових рядів за рівнянням:

$$R / S = \left(\frac{\tau}{2}\right)^H \quad (1)$$

де  $R$  – нормований розмах варіації (різниця максимального та мінімального значень вимірюваного параметра);

$S$  – стандартне відхилення (корінь квадратний від дисперсії);

$\tau$  – період (довжина низки) спостережень.

Однією з основних властивостей фрактального (самоподібного) процесу є повільне зменшення автокореляційної функції (АКФ) (рисунок 2). Ця властивість має ключове значення в теорії самоподібних процесів і фактично визначає найважливішу з погляду прогнозування характеристику випадкового процесу – тривалість пам'яті процесу.

З рисунка 2 видно, що АКФ має повільно спадаючий характер, а в «хвості» відсутня тенденція прагнення нуля. Така поведінка АКФ є характерною для самоподібних процесів.

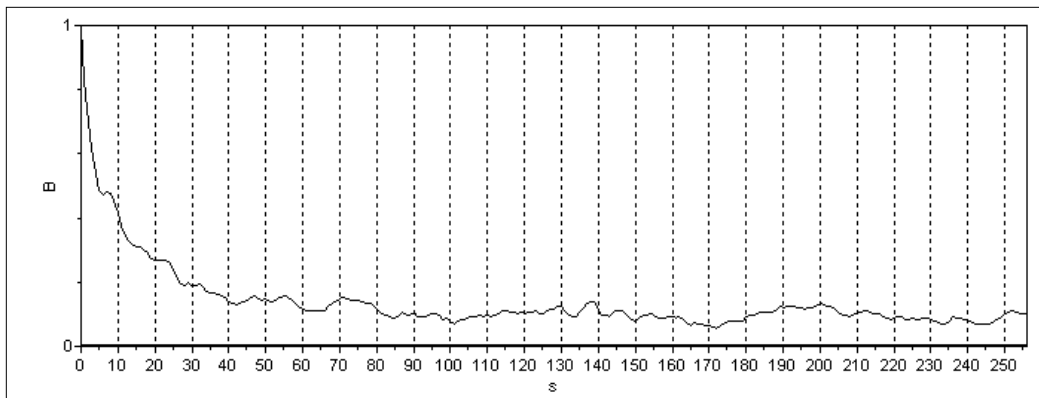


Рис. 2. АКФ досліджуваного часового ряду

Розрахункові значення показника Херста для досліджуваного часового ряду, склали  $H = 0,6189 \pm 0,1261$ , що також підтверджує самоподібний характер процесів. Оцінка  $H$  виконувалася шляхом  $R/S$  – аналізу. Графік  $R/S$ -статистики часового ряду, що розглядається, наведено на рисунку 3.

Таким чином встановлено, що досліджувані часові ряди, носять фрактальний характер і мають властивість самоподібності. Отже, подальше дослідження необхідно проводити не з використанням класичних стохастичних методів, а з використанням фрактальних методів та методів стохастичної динаміки, які адекватні характеру досліджуваних процесів. Ідея застосування методів хаотичної динаміки до аналізу часових рядів полягає в тому, що структура хаотичної системи, що містить всю інформацію про систему, а саме її аттрактор, може бути відновлена через вимірювання тільки однієї динамічної системи, що спостерігається, фіксованої як часовий ряд.

**Основне дослідження.** Згідно з методом Грасбергера і Прокаччіа (Grassberger, Procaccia, 1983), процедура реконструкції фазового простору та відновлення хаотичного аттрактора системи при динамічному аналізі часового ряду зводиться до побудови так званого лагового або відновленого простору за допомогою методу затримки.

Вектори  $\overline{S}_k$  в новому просторі вкладення сформовані з значень часового ряду скалярних вимірювань з часовим запізненням:

$$\overline{S}_k = (S_{k-(m-1)\tau}, S_{k-(m-2)\tau}, \dots, S_k) \quad (2)$$

де:  $k$  – розмір часового ряду;  $m$  – розмірність вкладення;  $\tau$  – затримка (лаг).

Для кількісної характеристики та виявлення закономірностей, пов'язаних з динамікою системи, необхідний детальний аналіз геометричного образу динамічного режиму – аттрактора,

що є так званим притягуючим безліччю траєкторій системи в  $D$  – мірному фазовому (або псевдофазовому) просторі. Координатами фазового простору є динамічні змінні процеси. Кожному типу динамічного поведінки відповідає власний аттрактор і, звісно, його геометричний образ – фазовий портрет. Наприклад, динаміка звичайної хімічної реакції відповідає аттрактору типу стійкої точки. Регулярним коливанням відповідає стійкий граничний цикл. Цим класичним аттракторам відповідають класичні геометричні області: точка, замкнута крива (коло, еліпс тощо) або поверхня у формі тора. На противагу цьому, невпорядковані траєкторії фазового портрета вказують на наявність хаотичного аттрактора. До цього класу аттракторів відноситься і так званий дивний аттрактор, геометричним образом якого фазовому просторі є фрактальний об'єкт.

У теоремах Такенса і Соєра показано, що послідовність  $\{S_k\}$  складається з скалярних вимірів структури динамічної системи, тоді, за певних припущень, таке відновлення фазового портрета є точною картиною реальної множини  $\{x\}$  (якщо  $m$  досить велике). Іншими словами, реальний аттрактор динамічної системи і аттрактор відновлений в лаговому просторі по часовому ряду згідно з зазначеним вище правилом (псевдоаттрактор), при адекватному підборі розмірності вкладення  $m$ , є топологічно еквівалентними і має однакові узагальнені фрактальні розміри.

У тому випадку, якщо аналізований часовий ряд є реалізацією випадкового процесу, то відновлений псевдоаттрактор буде схожий на безструктурну хмару точок, яка при послідовному нескінченному збільшенні розмірності вкладення лагового простору  $m$ , подібно до газу, заповнює весь наданий йому обсяг.

Вигляд дивного аттрактора (фазовий простір 2D) для досліджуваного часового ряду у нормо-

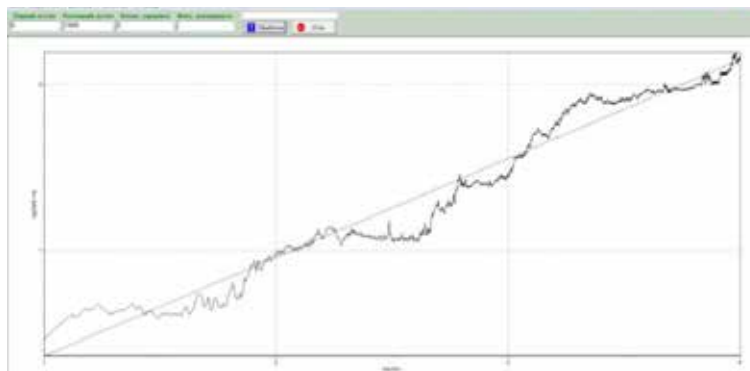


Рис. 3. Показник Херста для досліджуваного часового ряду

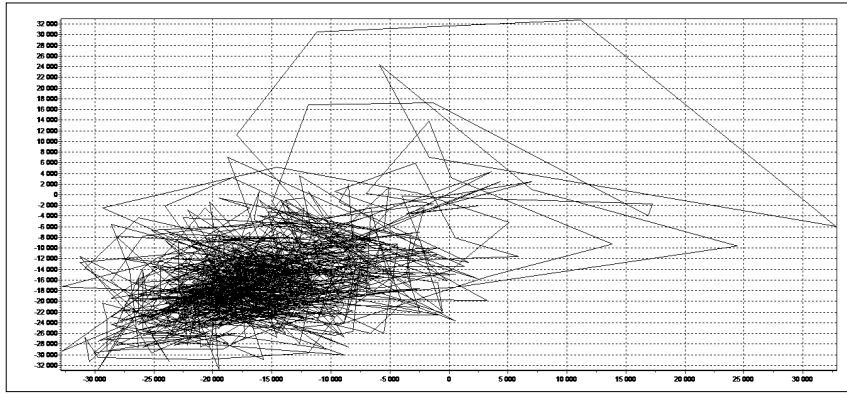


Рис. 4. Фазовий портрет дивного атрактора

ваних координатних осях наведено на рисунку 4. Тут чітко видно область тяжіння, що є щільним «ядром». У той самий час для випадкової послідовності, як зазначалося вище, точки відновленого псевдоатрактора утворюють безструктурну хмару в лаговому просторі.

Кореляційна ентропія не зростає, що свідчить про наявність хаотичної складової. Розмірність досить мала ( $K = 0,636$ ), що визначає хорошу трендостійкість і передбачуваність процесу на 4-6 кроків вперед.

Одна з основних та інформативних характеристик хаотичних процесів – кореляційна розмірність відновленого атрактора  $D$  показує ступінь складності системи, що породжує процес. Чим складніша система, тим більше рівнянь потрібно для її опису, тим більша кореляційна розмірність, а сам процес ближчий за своїми характеристиками до білого шуму. Отже, цю величину можна розглядати як ступінь стохастичності процесу ( $D = 9,867$ ). Відомо, що кореляційна розмірність понад п'ять передбачає суттєвий вплив випадкових складових. Тоді можна залишити гіпотезу про те, що досліджувані ряди мають детермінований хаотичний характер зі стохастичними компонентами, а їх фазовий портрет є дивним атрактором.

Отримані характеристики досліджуваного процесу наведені в таблиці 1, дозволяють стверджувати, що часові послідовності, які вивчаються, характеризуються наявністю внутрішнього порядку, який визначається як фрактальний, а часова еволюція досліджуваної системи являє собою стійкий стан званий – дивним атрактором.

Враховуючи отримані результати аналізу поведінки часових рядів, якими представлені результати хімічного аналізу чавуну на випуску, можна дійти висновку, що побудова прогнозу на основі традиційних методів не призведе до необхідного за своєю точністю та достовірністю

Таблиця 1

**Дані про динаміку хімічного аналізу чавуну на випуску**

Показник Херста, $H$	$0,6189 \pm 0,1261$
Фрактальна розмірність, $d$	$1,3811 \pm 1261$
Кореляційна ентропія, $K$	0,636
Кореляційна розмірність, $D$	9,876

результату. Таким чином, процес прогнозування часових рядів вимагає використання нових методів, які є найбільш адекватними процесу.

Фрактальна структура досліджуваних часових рядів породжує тренди обмеженої тривалості та квазіцикли (квазі – грец. якби). За допомогою цього алгоритму вдається виявити та чисельно оцінити такі фундаментальні характеристики часових рядів як наявність довготривалої пам'яті та її глибини, трендостійкості (персистентності) або, навпаки, антиперсистентності тощо. Вплив цих характеристик дозволяє використовувати нові показники (критерії) оцінки процесів, а також будувати прогнозні моделі.

У нелінійних динамічних системах дуже важливою є візуальна оцінка. Дослідження поведінки динамічних систем зводиться до вивчення поведінки траєкторій у фазовому просторі. З геометричної точки зору, розбиття фазового портрета на траєкторії, розуміється геометрична картина взаємного розташування фазових траєкторій у просторі.

Комплексний аналіз часових рядів методами нелінійної динаміки включає такі етапи:

1. Етап візуалізації часового ряду.
2. Обчислення метричних характеристик, що дозволяють діагностувати тип динаміки.
3. Побудова фазового портрета досліджуваного часового ряду.
4. Розкладання фазового портрета на квазіцикли.

5. Проведення аналізу еволюції центрів квазіциклів та еволюції розмірів (площі) їх габаритних прямокутників, а також характер обігу ланок квазіциклів, приділяючи особливу увагу наявності ланок, що мають напрямок обертання проти годинникової стрілки.

6. Побудова прогнозу: або локального, шляхом пошуку близьких траєкторій, або глобального, шляхом реконструкції атратора. (Oleshko, Marusych, Leschynsky, 2011).

Згадане вище розкладання фазового портрета на квазіцикли істотно базується на візуалізації графічного представлення фрагментів даного фазового портрета. При цьому береться до уваги напрям обертання «за» або «проти» годинникової стрілки, ланок які з'єднують сусідні точки фрагмента даної фазової траєкторії.

Для побудови квазіциклів було використано наступне правило: кінцева точка квазіцикла визначається або першим самоперетинанням ланки з яким-небудь з попередніх ланок, або досить близькою відстанню до початкової точки цього квазіцикла. Ланки квазіциклів мають напрямок обертання за годинниковою стрілкою, (рисунк 5) що можна розглядати як оцінку мінімального ризику помилкового прогнозування часових рядів, що розглядаються, на основі базових характеристик квазіциклів і їх фазового портрета. Зі сказаного стає зрозумілим, що є достатні передумови для надійного прогнозування значень часових рядів якими представлені результати хімічного аналізу чавуну на випуску .

Як згадувалося раніше, моделювання нелінійних динамічних систем пов'язане з проявами детермінованого хаосу. Причиною його появи є нестійкість по відношенню до початко-

вих умов та параметрів. Вибір досліджуваного діапазону зміни параметрів системи є базовим завданням біфуркаційного аналізу, вирішення якого може бути ускладнене недосконалістю графічних інструментів.

**Фазовий біфуркаційний аналіз нелінійних динамічних систем** дозволяє визначити зони біфуркації (коли система різко змінює характер роботи), в умовах доменного виробництва це може свідчити про різні аварійні ситуації, такі як прорив горна, або зміна сировини.

Властивості зон біфуркації:

1. Непередбачуваність. Зазвичай зони біфуркації мають кілька гілочок атратора (стійких режимів роботи), по одному з яких піде система. Однак наперед неможливо передбачити, який новий атратор займе система.

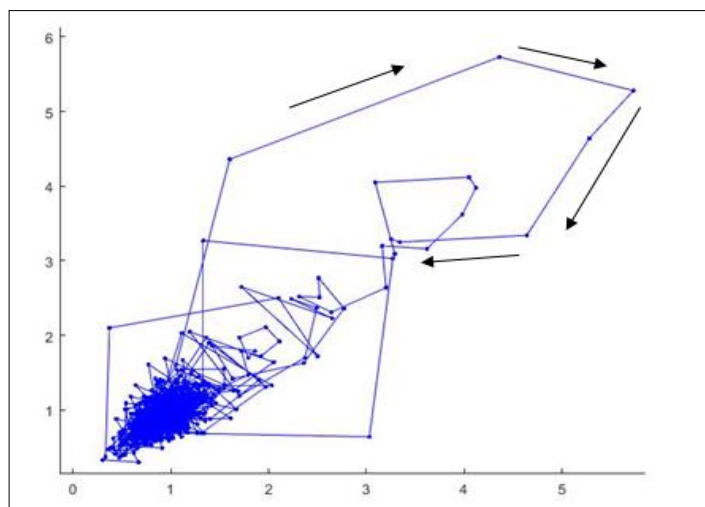
2. Зона біфуркації має короткочасний характер і поділяє більш тривалі стійкі режими системи.

3. Лавиновий ефект хеш-функцій передбачає заплановані точки біфуркації, які навмисно вносять непередбачувані для спостерігача зміни кінцевого виду хеш-рядка при зміні навіть єдиного символу у вихідному рядку.

На біфуркаційній діаграмі кожна точка є значенням параметра хімічного аналізу чавуну в певний момент часу. Горизонтальна вісь відображатиме час (кількість точок), а вертикальна вісь – значення параметра хімічного аналізу.

У випадку, коли точки біфуркації є переломними точками, де відбувається зміна структури чи динаміки системи, виникає потреба додаткового аналізу даних.

У процесі дослідження був написаний код для побудови біфуркаційної діаграми на мові програмування Matlab. Для більшої інформа-



**Рис. 5. Розкладання на квазіцикли фазового портрета часового ряду, яким представлені результати хімічного аналізу чавуну на випуску**

тивності було проведено 2 експерименти щодо дослідження даних про хімічний склад на наявність зон біфуркації. Перший з використанням 1000 значень про хімічний склад, другий з використанням 1400 значень.

В результаті роботи програми отримані графіки (рисунок 6).

Загальні спостереження та висновки, які можна зробити під час аналізу біфуркаційних діаграм:

1. На діаграмах видно точки, де значення хімічного аналізу значно змінюються або відбуваються різкі зміни. Ці точки можуть вказувати на наявність біфуркацій або переходів системи з одного стану до іншого;

2. На діаграмі видно стійкі значення хімічного аналізу, це може свідчити про існування стійких станів системи;

3. На діаграмі спостерігаються переходи між різними значеннями хімічного аналізу чи виникнення осциляцій, це може вказувати на зміну динаміки системи (зміни параметра чи умов)

**Висновки.** В даній роботі було проведено аналіз даних про динаміку хімічного аналізу чавуну на випуску доменної печі. Було встановлено, що часова еволюція системи, являє собою стійкий стан – дивний атрактор.

новлено, що часова еволюція системи, являє собою стійкий стан – дивний атрактор.

Для більшої достовірності та точності кінцевих результатів дослідження було проведено візуальну оцінку поведінки динамічної системи. Оцінка роботи системи, проводилася ґрунтуючись на реальних результатах про хімічний склад чавуну, отримані в різні періоди часу.

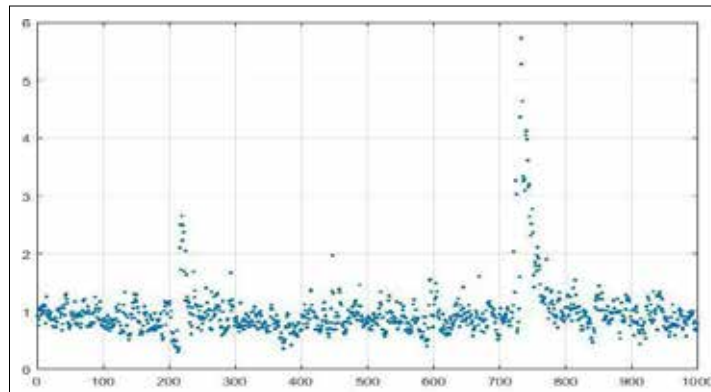
Експериментально встановлено, що:

1) часові ряди, якими представлено відсотковий вміст кремнію в чавуні, носять фрактальний характер, як і часова еволюція яка являє собою стійкий стан – дивний атрактор;

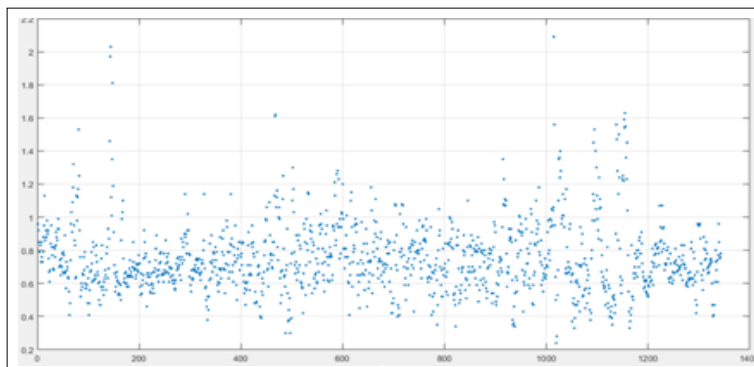
2) результат аналізу квазіциклів показав, що їх ланки мають напрямок обертання за годинниковою стрілкою, що в свою чергу говорить про невеликий ризик помилкового прогнозу;

3) у процесі біфуркаційного аналізу були виявлені зони біфуркації, а також переходи між різними станами системи, що в свою чергу може вказувати на зміни робочої сировини або технології виробництва.

ґрунтуючись на результати дослідження, можна створити модель, яка відобразить поведінку досліджуваного процесу в часі.



Біфуркаційний аналіз даних за часовий період з 2011-01-01 01:04:00.0 до 2011-05-12 11:56:00.0



Біфуркаційний аналіз даних за часовий період з 2012-01-01 12:03:00.0 до 2012-04-24 06:03:00.0

**Рисунок 6. Біфуркаційні діаграми**

**ЛІТЕРАТУРА:**

1. Гусев О.Ю., Сіданченко В.В. Фрактальний аналіз реальних даних про хімічний склад чавуну на випуску доменної печі. *Information Technology: Computer Science, Software Engineering and Cyber Security*. 2022. № 2. С. 24–31.
2. Kornienko V.I., Gerasina A.V., Gusev A.Yu. Methods and principles of control over the complex objects of mining and metallurgical production. *Energy Efficiency Improvement of Geotechnical Systems*. London : Taylor & Francis Group. 2013. P. 183–192.
3. Mandelbrot, Benoît. *The Fractal Geometry of Nature*. W H Freeman & Co, 1982.
4. J. Feder. *Fractals*. New York : Plenum Press. 1988.
5. Grassberger P., Procaccia I. Characterization of strange attractors. *Phys. Rev. Lett.* 1983. № 50. P. 346–349.
6. Олешко Т. І., Марусич О. В., Лещинський О. Л. Квазіциклічний передпрогнозний аналіз світових цін на нафту. Інститут економіки та менеджменту Національного авіаційного університету, 2011.

**REFERENCES:**

1. Gusev O.Yu., Sidanchenko V.V. (2022). Fraktalniy analiz realnykh danykh pro khimichnyi sklad chavunu na vypusku domennoi pechi. [Fractal analysis of real data on the chemical composition of cast iron at the output of a blast furnace]. *Information Technology: Computer Science, Software Engineering and Cyber Security*. № 2. С. 24–31 [in Ukrainian].
2. Kornienko V.I., Gerasina A.V., Gusev A.Yu. (2013). Methods and principles of control over the complex objects of mining and metallurgical production. *Energy Efficiency Improvement of Geotechnical Systems*. Taylor & Francis Group, London, pp. 183–192.
3. Mandelbrot, Benoît. (1982). *The Fractal Geometry of Nature*. W H Freeman & Co.
4. J. Feder. (1988). *Fractals*. Plenum Press, New York.
5. Grassberger P., Procaccia I. (1983). Characterization of strange attractors. *Phys. Rev. Lett.* 50, pp. 346–349.
6. Oleshko T. I., Marusych O. V., Leshchynskyi O. L. (2011). Kvazitsyklichnyi peredprohnoznyi analiz svi-tovykh tsin na naftu. [Quasi-cyclical pre-forecast analysis of world oil prices]. *Instytut ekonomiky ta menedzh-mentu Natsionalnoho aviatsiinoho universytetu – Institute of Economics and Management of the National Aviation University* [in Ukrainian].