

УДК 519.85:629.039.58

DOI <https://doi.org/10.32782/IT/2023-3-2>

### **Сергій ДЗЮБА**

доктор технічних наук, старший науковий співробітник, учений секретар, Придніпровський науковий центр НАН України та МОН України, вул. Сімферопольська, 2-А, м. Дніпро, Україна, 49005, [office.psc@nas.gov.ua](mailto:office.psc@nas.gov.ua)

ORCID: 0000-0002-3139-2989

Scopus Author ID: 57209565553

### **Лариса КОРЯШКІНА**

кандидат фізико-математичних наук, доцент, доцент кафедри системного аналізу і управління, Національний технічний університет «Дніпровська політехніка», просп. Дмитра Яворницького 19, м. Дніпро, Україна, 49005, [koriashkina.l.s@nmu.one](mailto:koriashkina.l.s@nmu.one)

ORCID: 0000-0001-6423-092X

Scopus Author ID: 55844269100

### **Ольга СТАНІНА**

кандидат технічних наук, доцент, доцент кафедри системного аналізу і управління, Національний технічний університет «Дніпровська політехніка», просп. Дмитра Яворницького 19, м. Дніпро, Україна, 49005, [stanina.o.d@nmu.one](mailto:stanina.o.d@nmu.one)

ORCID: 0000-0001-6754-0317

Scopus Author ID: 57203935767

### **Данило ЛУБЕНЕЦЬ**

аспірант кафедри системного аналізу і управління, Національний технічний університет «Дніпровська політехніка», просп. Дмитра Яворницького 19, м. Дніпро, Україна, 49005, [stanina.o.d@nmu.one](mailto:stanina.o.d@nmu.one)

ORCID: 0009-0000-8563-3760

**Бібліографічний опис статті:** Дзюба, С., Коряшкіна, Л., Станіна, О., Лубенець, Д. (2023). Математичні моделі оптимізаційних задач частково-двоетапної евакуації населення із зонуванням постраждалої території. *Information Technology: Computer Science, Software Engineering and Cyber Security*, 3, 13–21, doi: <https://doi.org/10.32782/IT/2023-3-2>

## **МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ ОПТИМІЗАЦІЙНИХ ЗАДАЧ ЧАСТКОВО-ДВОЕТАПНОЇ ЕВАКУАЦІЇ НАСЕЛЕННЯ ІЗ ЗОНУВАННЯМ РЕГІОНУ**

Розроблено нові моделі і методи розв'язання двоетапних задач оптимального розбиття множин з додатковими зв'язками, які на відміну від існуючих, враховують доставку частини неперервно розподіленого ресурсу безпосередньо до кінцевих пунктів, пропускаючи етап його збору в первинному пункті. Це дозволило, наприклад, під час опису евакуаційних процесів взяти до уваги те, що у частини населення, постраждалої від надзвичайної ситуації регіону, є свій власний транспорт і вона в змозі дістатися пунктів призначення (центрів другого етапу) самостійно, а решта евакуюється через проміжні пункти збору. Крім того, в запропонованій моделі враховано наявний парк автомобільних транспортних засобів, їх характеристики, вартість використання.

**Ключові слова:** гуманітарна логістика, зони евакуації, системи аварійної логістики, аналіз, математичне моделювання, неперервна задача оптимального розбиття множин, дворівневе розбиття.

### **Serhii DZIUBA**

Doctor of Technical Science, Senior Scientific Associate, Scientist Secretary, Pridniprovsky Scientific Center of the National Academy of Sciences of Ukraine and of Ministry of Education and Science of Ukraine, 2-A Simferopilska str., Dnipro, Ukraine, 49005, [office.psc@nas.gov.ua](mailto:office.psc@nas.gov.ua)

ORCID: 0000-0002-3139-2989

Scopus Author ID: 57209565553

### **Larysa KORASHKINA**

PhD, Associate Professor, Associate Professor at the Department of System Analysis and Control, Dnipro University of Technology, 19 Dmytra Yavornytskoho ave., Dnipro, Ukraine, 49005, koriashkina.l.s@nmu.one

ORCID: 0000-0001-6423-092X

Scopus Author ID: 55844269100

### **Oliha STANINA**

PhD, Associate Professor, Associate Professor at the Department of System Analysis and Control, Dnipro University of Technology, 19 Dmytra Yavornytskoho ave., Dnipro, Ukraine, 49005, stanina.o.d@nmu.one

ORCID: 0000-0001-6754-0317

Scopus Author ID: 57203935767

### **Danylo LUBENETS**

Postgraduate Student of the Department of System Analysis and Control, Dnipro University of Technology, 19 Dmytra Yavornytskoho ave., Dnipro, Ukraine, 49005, stanina.o.d@nmu.one

ORCID: 0009-0000-8563-3760

**To cite this article:** Dziuba, S., Koriashkina, L., Stanina, O., Lubenets, D. (2023). Matematychni modeli optymizatsiinykh zadach chastkovo-dvoetapnoi evakuatsii naseleння iz zonuvanniam postrazhdaloi terytorii [Mathematical models of optimization problems of partially two-stage population evacuation with territory segmentation]. *Information Technology: Computer Science, Software Engineering and Cyber Security*, 3, 13–21, doi: <https://doi.org/10.32782/IT/2023-3-2>

## **MATHEMATICAL MODELS OF OPTIMIZATION PROBLEMS OF PARTIALLY TWO-STAGE POPULATION EVACUATION WITH TERRITORY SEGMENTATION**

*The paper presents a new models and methods for solving two-stage problems of optimal partitioning of sets with additional connections, which, unlike the existing ones, consider the delivery of a part of a continuously distributed resource directly to the final points, skipping the stage of its collection at the primary point. This make it possible, for example, during the description of the evacuation processes to take into account that part of the affected region population has its own transport and is able to reach the destinations (centers of the second stage) independently, while the rest is evacuated through intermediate collection points. In addition, the proposed model considers the available fleet of motor vehicles, their characteristics, and the cost of use.*

**Key words:** humanitarian logistics, evacuation zones, emergency logistics systems, analysis, mathematical modeling, continuous problem of optimal partitioning of sets, two-level partitioning.

**Вступ.** Значущим напрямком наукових досліджень в галузі безпеки життєдіяльності нині є гуманітарна логістика. Вона вивчає проблеми, пов'язані з потенційними надзвичайними ситуаціями природного або техногенного характеру, розробляє операції щодо усунення цих проблем і управління діями у разі реальної катастрофи.

В гуманітарній логістиці важливе місце займає система досліджень і знань, що вивчає питання раціональної організації евакуаційних процесів, планування руху матеріальних і людських потоків під час надзвичайної ситуації. Цей напрям наукових досліджень будемо називати екстреною логістикою з оглядом на екстремий характер більшості дій і заходів щодо запобігання або ліквідації наслідків від стихійних лих або техногенних аварій.

У прикладному значенні екстрену логістику будемо сприймати як інтегрований процес, покликаний сприяти зменшенню масштабів та

збитків при подоланні катастроф за рахунок профілактики, раннього попередження, мінімізації сумарних втрат, загальних транспортних і організаційних витрат та наслідків від надзвичайної ситуації. Значення екстреної логістики зростає зі збільшенням кількості природних катаклізмів та локальних воєнних конфліктів, які супроводжуються пожежами, вибухами, затопленнями й іншими негативними наслідками, завдають суспільству суттєві матеріальні та соціальні збитки. Збільшення ризику виникнення аварійних ситуацій за рахунок зношеності основних фондів об'єктів інфраструктури та недостатнього рівня їх фізичного захисту також обумовлює актуальність досліджень в області екстреної логістики.

Сукупність форм, методів і правил організації та управління матеріальними або людськими потоками під час надзвичайних ситуацій формують систему екстреної логістики (СЕЛ). Вона включає підсистеми трьох рівнів:

- елементного – які забезпечують узгоджене та ефективне функціонування основних ланок логістичного ланцюга (первинні пункти збору, склади, аварійні служби та транспорт);
- функціонального – що відповідають за організацію матеріальних або людських потоків, управління заготівками, організація правового та інформаційного забезпечення логістичних рішень;
- інтеграційного – які об'єднують усі групи операцій у єдиний процес.

Мета даної роботи – забезпечення раціональної організації роботи СЕЛ в регіонах, які можуть постраждати (або постраждали) внаслідок надзвичайної ситуації, за рахунок розробки моделей та методів розв'язання задач оптимального розташування нових підрозділів елементарного рівня (центрів першого етапу) і територіальної сегментації області для перерозподілу навантаження на всю структуру СЕЛ.

**Постановка проблеми.** Нехай потрібно розробити план евакуації населення з території, де склалася (або потенційно може статися) надзвичайна ситуація, до спеціально відведених центрів екстреної допомоги у відведений термін (або якомога менший час) і з якомога меншими

транспортними витратами. При цьому слід врахувати, що частина населення володіє власними транспортними засобами і може дістатися пунктів кінцевого призначення самостійно. Цій категорії мешканців має бути лише вказано, на допомогу якого саме пункту вони можуть розраховувати. Решта населення евакуюється в два етапи: на першому – із зони небезпеки до первинного пункту збору (штабу, відповідального за евакуацію населення з певної зони, центру першого етапу), на другому – від штабів до вищезазначених центрів екстреної допомоги (центрів другого етапу) (рис. 1).

Розподіл постраждалого населення за центрами першого етапу має здійснюватися з урахуванням їх місткості. Якщо центри першого етапу не визначені заздалегідь, то їх потрібно розмістити і облаштувати з розрахунку на певну кількість мешканців, постраждалого від НС регіону. Відтак, потрібно закріпити за кожним з центрів зону, за евакуацію населення з якої він відповідає. Вважається, що кількість центрів другого порядку та їхні можливості дозволяють прийняти і надати допомогу усім постраждалим з території НС.

Отже, дану задачу можна сформулювати наступним чином: з метою здійснення евакуа-



Рис. 1. Схема частково-двоетапної евакуації мешканців району  $\Omega$

ції населення з постраждалої від НС території у відведений (передбачений) термін і з якомога меншими транспортними і організаційними витратами визначити: 1) місця розміщення штабів (пунктів первинного збору); 2) їх зони відповідальності – постраждали від НС території, евакуацію населення з яких центри організують, розподіляючи частину мешканців одразу між кінцевими пунктами екстреної допомоги, а решту транспортуючи до останніх в два етапи; 3) кількість населення, на яку мають бути розраховані пункти первинного збору; 4) розподіл зібраних постраждалих для подальшого транспортування до кінцевих пунктів екстреної допомоги; 5) число транспортних засобів певної місткості, яке має бути задіяне для перевезення населення з центрів першого до центрів другого етапів у відведений термін; 6) план евакуації тієї частини населення, яка володіє власним транспортом і може дістатися кінцевого пункту самостійно.

**Літературний огляд.** Існує велика кількість робіт вчених і практиків, у яких піднімаються різні аспекти математичного моделювання і методів розв'язання оптимізаційних задач, що виникають під час розробки комплексу запобіжних заходів щодо організації процесів евакуації населення або надання йому первинної гуманітарної допомоги у разі надзвичайних ситуацій. Розробці наукових основ системи моніторингу надзвичайних ситуацій в Україні присвячені роботи (В.А. Андронов, М.М. Дівізінюк, В.Д. Калугін, & В.В. Тютюник, 2016), (В.Д. Калугін, В.В. Тютюник, Л.Ф. Чорногор, & Р.І. Шевченко, 2013). Широкий огляд підходів щодо математичного моделювання задач гуманітарної логістики наведено в Hezam, I.M., & Nayeem, M. (2021) та Alghanmi N. et al (2022). Питання розміщення аварійних служб і організації евакуаційних процесів розглянуто в Baugam, V., & Yaman, H. (2018). Проблемами розробки математичного забезпечення задач гуманітарної логістики займалися також L. Jin et al (2017), М.В. Новожилова, Р.В. Гудак, & О.І. Чуб (2020) та ін.

Значна частина моделей носить стохастичний характер (Moreno, Alem, Ferreira & Clark, 2018). Двоетапну стохастичну модель планування евакуації, яка передбачає оптимальне розташування місця укриття та призначення евакуйованих до найближчого укриття з мінімізацією очікуваного загального часу евакуації, розглянуто в Baugam and Yaman (2018).

Взагалі наукові дослідження щодо управління надзвичайними обставинами, класифікуються відповідно до стадії планування. На етапі підготовки до стихійного лиха або техногенної

аварії основна увага приділяється плануванню дій в надзвичайних ситуаціях, у тому числі на укріплення будівель та інфраструктури (Kim, Li & Cho, 2020), завчасне розміщення центрів швидкого розподілення допомоги та евакуаційних сховищ. Існуючі моделі екстреної логістики у своїй більшості передбачають процес евакуації на основі фіксованих і заздалегідь визначених пунктів призначення. На етапі після катастрофи акцент зміщується на евакуацію населення до захисних споруд, розподіл допомоги (Wang, Du & Ma, 2014). Запропоновані при цьому математичні моделі є або лінійними, або задачами змішаного цілочисельного лінійного програмування, або подані динамічними мережевими потоками. Оптимізаційні критерії включають загальний час або відстань евакуації, час очікування евакуйованих або вартість транспортного потоку. В (Bretschneider & Kimms, 2011) розроблена модель евакуації, яка забезпечує реорганізацію маршрутизації трафіку у певній області при виникненні загрози і зводить до мінімуму час евакуації, запобігаючи конфлікту на перехрестях. Для реалізації цієї динамічної задачі мережевого потоку з додатковими цілочисельними змінними у кількості напрямків використовуваних полос руху і з відповідними складними обмеженнями автори пропонують використовувати евристичний підхід.

Під час типової евакуації деякі автомобілі потрібно евакуйовувати швидше за інші, наприклад, аварійні або великі, які транспортують набагато більше людей. Тому в Kamishetty and Paruchuri (2020) розроблено модель на основі рішення Парето, отриманого в Gupta and Paruchuri (2016), яка враховує пріоритетну маршрутизацію під час надзвичайних ситуацій з мінімальною вартістю та максимальною кількістю перевезеного населення.

Існує низка наукових робіт, де математичні моделі та методи розв'язання задач розміщення центрів первинної допомоги і планування евакуаційних процесів реалізовані з використанням сучасних ГІС, як, наприклад Міс, Kouyuncu and Hallak (2019).

На відміну від більшості розглянутих задач, які зводяться до задач цілочисельного лінійного програмування, запропонована далі математична модель задачі частково-двоетапної евакуації населення на випадок НС має континуальний характер. В ній передбачається, що населення щільно розподілене в деякому регіоні, і останній розбивається на зони відповідальності певних підрозділів СЕЛ. Зонування території здійснюється за принципом територіальної близькості.

Запропонована математична модель та її різновиди є узагальненням неперервних задач оптимального розбиття множин з додатковими зв'язками (ОРМДЗ), поданих в S. Us, L. Koriashkina, & O. Stanina (2019) і застосованих для опису двоетапних процесів розподілу матеріальних потоків в транспортно-логістичних системах в B. Blyuss et al (2019, 09 July) та A. Bulat (2020). Розширення цього класу задач здійснюється врахуванням можливості прямої евакуації частини населення до пунктів кінцевого призначення, не збираючи його в проміжних пунктах.

**Матеріали та методи.** Для побудови математичної моделі задачі будемо використовувати такі позначення:

$\Omega$  – територія деякого регіону, що зазнала (може зазнати) пошкоджень в результаті надзвичайної ситуації, задана географічними координатами границь;

$\bar{\Omega} \subseteq \Omega$  – територія, де можуть бути розміщені первинні пункти збору постраждалого населення (центри першого етапу);

$\rho(x)$  – функція, що описує щільність населення в точці  $x$  множини  $\Omega$ , люд./м<sup>2</sup>;

$\mu(x)$  – безрозмірна функція, яка приймає значення від 0 до 1 і задає частку населення, яка спроможна евакуюватися власним транспортом;

$N$  – кількість пунктів первинного збору населення (центрів першого етапу);

$M$  – кількість пунктів кінцевого призначення (центрів другого етапу);

$K$  – кількість типів транспортних засобів, які можна використовувати для перевезення населення;

$S$  – загальна кількість населення на заданій території  $\Omega$ , люд.;

$Vehicle\_capacity_k, k = \overline{1, K}$  – максимально можлива місткість транспортного засобу  $k$ -го типу, люд.;

$Park_k, k = \overline{1, K}$  – максимальна кількість транспортних засобів  $k$ -го типу, яку можна використовувати для евакуації населення;

$Evacuation\_period$  – максимальний термін евакуації мешканців з території НС до пунктів первинного збору;

$v_{min} > 0$  – мінімально допустима швидкість евакуації;

$\tau_i^r = (\tau_i^{(1)r}, \tau_i^{(2)r})$  – координати  $i$ -го центру  $r$ -го етапу;

$b_i^r$  – місткість  $i$ -го центру  $r$ -го етапу,  $r = I, II$ , люд.;

$c_i^l(x, \tau_i^l)$  – вартість евакуації мешканця від точки  $x \in \Omega$  до  $i$ -го центру  $l$ -го етапу, яку можна

вважати пропорційною відстані між точками, грн./люд.;

$c_{ij}''(x, \tau_j'')$  – кошти, які можуть бути виділені центром  $\tau_i'$  постраждалим в точці  $x \in \Omega_i$  для їх самостійного переїзду до центру  $\tau_j''$   $l$ -го етапу; розмір допомоги може бути фіксованим, а може враховувати відстань між початковим і кінцевим пунктами, грн./люд.;

$c_{ijk}''(\tau_i', \tau_j'')$  – вартість перевезення населення від центру  $\tau_i'$  до центру  $\tau_j''$ ,  $k$ -м типом транспортного засобу, грн./один. трансп.;

$a_i^l$  – вартість облаштування первинного пункту збору населення в точці  $\tau_i^l$ , розрахована на одну евакуйовану людину, грн./люд.;

$\Omega_i$  – зона відповідальності центру  $\tau_i^l$ ;

$\Omega_{ij}$  – територія, закріплена за центром  $\tau_i^l$ , з якої мешканці самостійно евакуюються до центру  $\tau_j''$ , так що

$$\bigcup_{j=1}^M \Omega_{ij} = \Omega_i, \text{mes}(\Omega_{is} \cap \Omega_{ij}) = 0, s \neq j, s, j = \overline{1, M};$$

$v_{ij}, i = \overline{1, N}; j = \overline{1, M}$  – число евакуйованих, які транспортуються від центру  $\tau_i^l$  до спеціалізованого структурного підрозділу системи екстреної допомоги  $\tau_j''$  (центри другого етапу), люд.;

$V\_Num_{ijk}$  – число транспортних засобів  $k$ -го типу, яке потрібно залучити для перевезення евакуйованих від центру  $\tau_i^l$  до спеціалізованого структурного підрозділу СЕЛ  $\tau_j''$  (центри другого етапу), люд.,  $i = \overline{1, N}; j = \overline{1, M}, k = \overline{1, K}$ .

Відтак, маємо справу з дворівневим розбиттям (розбиттям в розбитті): кожна із зон  $\Omega_i, i = \overline{1, 2, \dots, N}$ , що складають розбиття  $\Omega$ , розбивається у свою чергу на зони  $\Omega_{i1}, \Omega_{i2}, \dots, \Omega_{iM}$ , з яких, за розпорядженням штабу в пункті  $\tau_i^l$ , мешканці власним транспортом евакуюються до відповідних центрів  $\tau_1'', \tau_2'', \dots, \tau_M''$ .

Нехай  $\Sigma_{\Omega}^N$  – клас всіх можливих розбиттів  $\bar{\omega} = \{\Omega_1, \Omega_2, \dots, \Omega_N\}$  множини  $\Omega$  на  $N$  підмножин (як в усіх задачах вище), а для кожного  $i = \overline{1, 2, \dots, N}$  клас  $\Sigma_{\Omega_i}^M$  – клас всіх можливих розбиттів множини  $\Omega_i$  на  $M$  підмножин:

$$\Sigma_{\Omega_i}^M = \left\{ \bar{\zeta}_i = \{\Omega_{i1}, \Omega_{i2}, \dots, \Omega_{iM}\} : \bigcup_{j=1}^M \Omega_{ij} = \Omega_i, \text{mes}(\Omega_{is} \cap \Omega_{ij}) = 0, s \neq j, s, j = \overline{1, M} \right\}.$$

Тоді можна ввести до розгляду взагалі клас всіх можливих розбиттів  $\Omega$  на  $NM$  підмножин

$$\Sigma_{\Omega}^{NM} = \left\{ \bar{\zeta} = \left\{ \bar{\zeta}_1, \bar{\zeta}_2, \dots, \bar{\zeta}_N \right\} : \bar{\zeta}_i \in \Sigma_{\Omega_i}^M, i = \overline{1, N}, \bigcup_{i=1}^N \Omega_i = \Omega, \text{mes}(\Omega_i \cap \Omega_q) = 0, i \neq q, i, q = \overline{1, N} \right\}.$$

**Задача:** потрібно знайти таке розбиття  $\bar{\zeta} = \left\{ \bar{\zeta}_1, \bar{\zeta}_2, \dots, \bar{\zeta}_N \right\}$  множини  $\Omega$  на  $NM$  підмножин і визначити такі  $\tau^l = (\tau_1^l, \dots, \tau_N^l)$ ,  $v = \{v_{11}, \dots, v_{ij}, \dots, v_{NM}\}$  та  $V\_Num = \{V\_Num_{ijk}\}$ ,  $i = \overline{1, N}, j = \overline{1, M}, k = \overline{1, K}$ , за яких

$$F\left(\bar{\zeta}, \tau^l, v, V\_Num\right) \rightarrow \min, \quad (1)$$

$$F\left(\bar{\zeta}, \tau^l, v, V\_Num\right) =$$

$$= \beta_1 \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M \int_{\Omega_j} (c_i^l(x, \tau_i) + a_i^l) (1 - \mu(x)) \rho(x) dx +$$

$$+ \beta_2 \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M \sum_{k=1}^K c_{ijk}^{II}(\tau_i^l, \tau_j^l) \cdot V\_Num_{ijk} +$$

$$+ \beta_3 \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M \int_{\Omega_j} c_{ij}^{II}(x, \tau_j^l) \mu(x) \rho(x) dx;$$

за умов

$$\int_{\Omega_i} (1 - \mu(x)) \rho(x) dx = \sum_{j=1}^M v_{ij}, \quad i = \overline{1, N}, \quad (2)$$

$$\sum_{i=1}^N \int_{\Omega_j} \mu(x) \rho(x) dx + v_{ij} = b_j^{II}, \quad j = \overline{1, M}, \quad (3)$$

$$\sum_{k=1}^K \text{Vehicle\_capacity}_k \cdot V\_Num_{ijk} \geq v_{ij}, \quad i = \overline{1, N}, j = \overline{1, M}, \quad (4)$$

$$\frac{1}{v\_min} \sup_{x \in \Omega} \min_{i=1, \dots, N} d(x, \tau_i^l) \leq \text{Evacuation\_period}, \quad (5)$$

$$0 \leq \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M V\_Num_{ijk} \leq \text{Park}_k, \quad k = \overline{1, K}, \quad (6)$$

$$\bar{\zeta} \in \Sigma_{\Omega}^{NM}, \quad v \in R_{NM}^+, V\_Num \in Z_{NMK}^+, \quad \tau^l \in \hat{\Omega}^N, \quad (7)$$

де  $\beta_1, \beta_2, \beta_3 \geq 0, \beta_1^2 + \beta_2^2 + \beta_3^2 \neq 0$  – задані коефіцієнти, які визначають пріоритет доданків і враховують їх нормування і безрозмірність;  $d(x, \tau_i^l)$  – відстань між точками  $x$  та  $\tau_i^l$ ;  $\Sigma_{\Omega}^{NM}$  – клас всіх можливих розбиттів множини  $\Omega$  на  $NM$  підмножин;  $\bar{\zeta}$  – елемент класу  $\Sigma_{\Omega}^{NM}$ ;  $R_{NM}^+$  –  $NM$ -вимірний простір невід'ємних дійсних чисел;  $Z_{NMK}^+$  –  $NMK$ -вимірний простір невід'ємних цілих чисел.

В задачі (1) – (7):

– перший доданок функціоналу враховує витрати на організацію штабів і первинних пунктів збору, а також транспортні витрати на перевезення до них населення з постраждалого регіону;

– другий доданок функціоналу пов'язаний з витратами оренди транспортних засобів

і перевезення ними населення від центрів першого до центрів другого;

– третій доданок критерію якості описує витрати на дотації населенню, яке самостійно евакуюється;

– умова (2) означає, що всі мешканці, зібрані в центрах першого етапу, перерозподіляються між центрами другого етапу і мають бути до них перевезені;

– умова (3) враховує місткість центрів другого етапу і передбачає, що вона дорівнює загальній кількості мешканців постраждалого регіону, котрі дісталися відповідних центрів і самостійно, і організовано;

– умова (4) накладається на кількість задіяних транспортних засобів різних типів, які мають бути задіяні до евакуаційного процесу, аби вивести всіх постраждалих з центрів першого етапу;

– обмеження (5) враховує максимально допустимий час, за який усі мешканці постраждалого регіону мають дістатися до пунктів первинного збору;

– умова (6) пов'язана із обмеженням наявних транспортних засобів;

– (7) – умови допустимості шуканих величин.

Залежно від початкових даних можна сформулювати різні варіанти задачі (1) – (7), наприклад: з фіксованими центрами першого етапу, з обмеженнями на їх потужності і без таких умов, без врахування типів транспортних засобів, що використовуються для евакуації, вважаючи, що наявна достатня їх кількість та інші. Можна, навіть припустити, що пункти первинного збору населення взагалі непотрібні. Тоді модель буде зведена до звичайної неперервної задачі оптимального розбиття множин [18].

Задача (1) – (7) є новою за своєю математичною постановкою, в класі неперервних задач оптимального розбиття множин з додатковими зв'язками, оскільки передбачає необов'язкове використання проміжних центрів в багатоетапній транспортно-логістичній мережі. За рахунок введення до розгляду параметрів і змінних, які пов'язані з використовуваними транспортними засобами, задача (1) – (7) носить дискретно-неперервний характер, а, отже, потребує залучення методів не лише теорії оптимального розбиття множин, а й комбінаторної оптимізації.

Зазначені властивості моделі обумовлюють її складність, потребу в теоретичному дослідженні і обґрунтуванні умов існування допустимих і оптимальних розв'язків, розробку методів і алгоритмів розв'язання таких задач, що є напрямком подальших наукових досліджень.

**Висновки.** Запропоновано нові моделі оптимізації систем екстреної логістики з мішаними евакуаційними процесами, які враховують те, що частина мешканців постраждалого регіону може самостійно дістатися центрів другого етапу, а решта евакуюється через проміжні пункти. Розроблені моделі є більш гнучкими щодо опису систем екстреної логістики у порів-

нянні із звичайними неперервними задачами ОРМДЗ і розширюють клас останніх. Математичні постановки та методи розв'язання задач оптимізації систем екстреної логістики дозволяють особам, які здійснюють реагування, та політикам визначати необхідний час для евакуації та оцінювати кількість і розподіл можливих жертв за різних сценаріїв НС.

#### ЛІТЕРАТУРА:

1. Alghanmi, N., Alotaibi, R., Alshammari, S., Alhothali, A., Bamasag, O., & Faisal, K. A Survey of Location-Allocation of Points of Dispensing During Public Health Emergencies. *Front. Public Health* 10:811858. 2022. DOI: 10.3389/fpubh.2022.811858
2. Bayram, V., & Yaman, H. Shelter location and evacuation route assignment under uncertainty: a benders decomposition approach. *Transportation Science*, volume. 2018. 52(2), 416-436. URL: <https://doi.org/10.1287/trsc.2017.0762>
3. Blyuss, B., Koriashkina, L., Us, S., Minieiev, S., & Dziuba, S. An optimal two-stage distribution of material flow at the fuel and energy complex enterprises. *E3S Web of Conferences* 109, 00008. 2019, 09 July. URL: <https://doi.org/10.1051/e3sconf/201910900008>
4. Bretschneider, S., & Kimms, A. A basic mathematical model for evacuation problems in urban areas. *Transportation Research Part A: Policy and Practice*, Elsevier, 2011. vol. 45(6), 523-539. URL: <https://doi.org/10.1016/j.tra.2011.03.008>
5. Bulat, A., Dziuba, S., Minieiev, S., Koriashkina, L., & Us, S. Solution of the problem to optimize two-stage allocation of the material flows. *Mining of Mineral Deposits*, 2020. volume 14(1), 27-35. URL: <https://doi.org/10.33271/mining14.01.027>
6. Gupta, G., & Paruchuri, P. Effect of human behavior on traffic patterns during an emergency. In *2016 IEEE 19th International Conference on Intelligent Transportation Systems (ITSC)*, 2016. 2052- 2058. URL: <https://doi.org/10.1109/ITSC.2016.7795888>
7. Hezam, I.M., & Nayeem, M. A Systematic Literature Review on Mathematical Models of Humanitarian Logistics. *Symmetry*, 2021. volume 13(1):11. URL: <https://doi.org/10.3390/sym13010011>.
8. Jin, L., Xiang, M., Chen, S., Zheng, X., Yao, R., & Chen, Y. An Orderly Untangling Model against Arching Effect in Emergency Evacuation Based on Equilibrium Partition of Crowd. *Discrete Dynamics in Nature and Society*, volume 2017, Article ID 2757939, 7 pages. URL: <https://doi.org/10.1155/2017/2757939>
9. Kamishetty, S., & Paruchuri, P. Towards a Better Management of Emergency Evacuation using Pareto Min Cost Max Flow Approach. In *Proceedings of the 6th International Conference on Vehicle Technology and Intelligent Transport Systems (VEHITS 2020)*, 2020. 237-244. URL: <https://doi.org/10.5220/0009395302370244>
10. Kim, S.H., Li, K.J. & Cho, H.G. A Flexible Framework for Covering and Partitioning Problems in Indoor Spaces. *ISPRS Int. J. Geo-Inf.* 2020, 9, 618. URL: <https://doi.org/10.3390/ijgi9110618>
11. Miç, P., Koyuncu, M., & Hallak, J. Primary Health Care Center (PHCC) Location-Allocation with Multi-Objective Modelling: A Case Study in Idleb, Syria. *International journal of environmental research and public health*, 2019. 16(5), 811. <https://doi.org/10.3390/ijerph16050811>
12. Moreno, A., Alem, D., Ferreira, D., & Clark, A. An effective two-stage stochastic multi-trip location-transportation model with social concerns in relief supply chains. *Eur. J. Oper. Res.*, 269, 1050-1071. 2018. URL: <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2018.02.022>
13. Us, S., Koriashkina, L., & Stanina, O. An optimal two-stage allocation of material flows in a transport-logistic system with continuously distributed resource. *Radio Electronics, Computer Science, Control*, 2019, (1). URL: <https://doi.org/10.15588/1607-3274-2019-1-24>
14. Wang, H., Du, L., & Ma, S. Multi-objective open location-routing model with split delivery for optimized relief distribution in post-earthquake. *Transp. Res. Part E Logist. Transp. Rev.*, 2014. volume 69, 160-179. URL: <https://doi.org/10.1016/j.tre.2014.06.006>
15. Калугін В.Д. Розробка науково-технічних основ для створення системи моніторингу, попередження та ліквідації надзвичайних ситуацій природного та техногенного характеру та забезпечення екологічної безпеки / В.Д. Калугін, В.В. Тютюнник, Л.Ф. Чорногор, Р.І. Шевченко // Системи обробки інформації. Харків: Харківський університет Повітряних Сил імені Івана Кожедуба, 2013. Вип. 9(116). С. 204 – 216.

16. Науково-конструкторські основи створення комплексної системи моніторингу надзвичайних ситуацій в Україні: Монографія / В.А. Андронов, М.М. Дівізінюк, В.Д. Калугін, В.В. Тютюник. Харків: Національний університет цивільного захисту України, 2016. 319 с.

17. Новожилова М.В. Оцінка ефективності засобів ліквідації надзвичайної ситуації природного характеру методами нечіткої логіки / М.В. Новожилова, Р.В. Гудак, О.І. Чуб // Комунальне господарство міст, 2020, том 1, вип. 154. С. 126 – 132. DOI: 10.33042/2522-1809-2020-1-154-126-132

18. Kiseleva, E.M., & Koriashkina, L.S. Theory of continuous optimal set partitioning problems as a universal mathematical formalism for constructing Voronoi diagrams and their generalizations. II. Algorithms for constructing Voronoi diagrams based on the theory of optimal set partitioning. *Cybernetics and Systems Analysis*, 2015. 51(4), 489-499. URL: <https://doi.org/10.1007/s10559-015-9740-y>

#### REFERENCES:

1. Alghanmi, N., Alotaibi, R., Alshammari, S., Alhothali, A., Bamasag, O., & Faisal, K. (2022). A Survey of Location-Allocation of Points of Dispensing During Public Health Emergencies. *Front. Public Health* 10:811858. DOI: 10.3389/fpubh.2022.811858

2. Bayram, V., & Yaman, H. (2018). Shelter location and evacuation route assignment under uncertainty: a benders decomposition approach. *Transportation Science*, volume 52(2), 416-436. Retrieved from <https://doi.org/10.1287/trsc.2017.0762>

3. Blyuss, B., Koriashkina, L., Us, S., Minieiev, S., & Dziuba, S. (2019, 09 July). An optimal two-stage distribution of material flow at the fuel and energy complex enterprises. *E3S Web of Conferences* 109, 00008. Retrieved from <https://doi.org/10.1051/e3sconf/201910900008>

4. Bretschneider, S., & Kimms, A. (2011). A basic mathematical model for evacuation problems in urban areas. *Transportation Research Part A: Policy and Practice, Elsevier*, vol. 45(6), 523-539. Retrieved from <https://doi.org/10.1016/j.tra.2011.03.008>

5. Bulat, A., Dziuba, S., Minieiev, S., Koriashkina, L., & Us, S. (2020). Solution of the problem to optimize two-stage allocation of the material flows. *Mining of Mineral Deposits*, volume 14(1), 27-35. Retrieved from <https://doi.org/10.33271/mining14.01.027>

6. Gupta, G., & Paruchuri, P. (2016). Effect of human behavior on traffic patterns during an emergency. *In 2016 IEEE 19th International Conference on Intelligent Transportation Systems (ITSC)*, 2052- 2058. Retrieved from <https://doi.org/10.1109/ITSC.2016.7795888>

7. Hezam, I.M., & Nayeem, Mk. (2021). A Systematic Literature Review on Mathematical Models of Humanitarian Logistics. *Symmetry*, volume 13(1):11. Retrieved from <https://doi.org/10.3390/sym13010011>.

8. Jin, L., Xiang, M., Chen, S., Zheng, X., Yao, R., & Chen, Y. (2017). An Orderly Untangling Model against Arching Effect in Emergency Evacuation Based on Equilibrium Partition of Crowd. *Discrete Dynamics in Nature and Society*, volume 2017, Article ID 2757939, 7 pages. Retrieved from <https://doi.org/10.1155/2017/2757939>

9. Kamishetty, S., & Paruchuri, P. (2020). Towards a Better Management of Emergency Evacuation using Pareto Min Cost Max Flow Approach. *In Proceedings of the 6th International Conference on Vehicle Technology and Intelligent Transport Systems (VEHITS 2020)*, 237-244. Retrieved from <https://doi.org/10.5220/0009395302370244>

10. Kim, S.H., Li, K.J. & Cho, H.G. (2020). A Flexible Framework for Covering and Partitioning Problems in Indoor Spaces. *ISPRS Int. J. Geo-Inf.* 2020, 9, 618. Retrieved from <https://doi.org/10.3390/ijgi9110618>

11. Miç, P., Koyuncu, M., & Hallak, J. (2019). Primary Health Care Center (PHCC) Location-Allocation with Multi-Objective Modelling: A Case Study in Idleb, Syria. *International journal of environmental research and public health*, 16(5), 811. Retrieved from <https://doi.org/10.3390/ijerph16050811>

12. Moreno, A., Alem, D., Ferreira, D., & Clark, A. (2018). An effective two-stage stochastic multi-trip location-transportation model with social concerns in relief supply chains. *Eur. J. Oper. Res.*, 269, 1050-1071. Retrieved from <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2018.02.022>

13. Us, S., Koriashkina, L., & Stanina, O. (2019). An optimal two-stage allocation of material flows in a transport-logistic system with continuously distributed resource. *Radio Electronics, Computer Science, Control*, (1). Retrieved from <https://doi.org/10.15588/1607-3274-2019-1-24>

14. Wang, H., Du, L., & Ma, S. (2014). Multi-objective open location-routing model with split delivery for optimized relief distribution in post-earthquake. *Transp. Res. Part E Logist. Transp. Rev.*, volume 69, 160-179. Retrieved from <https://doi.org/10.1016/j.tre.2014.06.006>

15. Kaluhin, V.D. (2013). Rozrobka naukovo-tekhnichnykh osnov dlia stvorennia systemy monitorynha, poperedzhennia ta likvidatsii nadzvychainykh sytuatsii pryrodnoho ta tekhnohennoho kharakteru ta zabezpechennia ekolohichnoi bezpeky / V.D. Kaluhin, V.V. Tiutiunyk, L.F. Chornohor, R.I. Shevchenko // Systemy



obrobky informatsii. Kharkiv: Kharkivskiy universytet Povitrianykh Sylimeni Ivana Kozheduba. Vyp. 9(116). S. 204–216. [in Ukrainian].

16. Naukovo-konstruktorski osnovy stvorennia kompleksnoi systemy monitorynhu nadzvychainykh sytuatsii v Ukraini: Monohrafiia / V.A. Andronov, M.M. Diviziniuk, V.D. Kaluhin, V.V. Tiutiunyk. (2016). Kharkiv: Natsionalnyi universytet tsyvilnoho zakhystu Ukrainy. 319 s. [in Ukrainian].

17. Novozhylova, M.V. (2020). Otsinka efektyvnosti zasobiv likvidatsii nadzvychainoi sytuatsii pryrodnoho kharakteru metodamy nechitkoi lohiky / M.V. Novozhylova, R.V. Hudak, O.I. Chub // Komunalne hospodarstvo mist, tom 1, vypusk 154. S. 126 – 132. DOI: 10.33042/2522-1809-2020-1-154-126-132 [in Ukrainian].

18. Kiseleva, E.M., & Koriashkina, L.S. (2015). Theory of continuous optimal set partitioning problems as a universal mathematical formalism for constructing Voronoi diagrams and their generalizations. II. Algorithms for constructing Voronoi diagrams based on the theory of optimal set partitioning. *Cybernetics and Systems Analysis*, 51(4), 489-499. Retrieved from <https://doi.org/10.1007/s10559-015-9740-y>