

УДК 65.012.122; 519.654

DOI <https://doi.org/10.32782/IT/2024-1-11>

### **Алла САВРАНСЬКА**

доцент кафедри системного аналізу та обчислювальної математики, Національний університет «Запорізька політехніка», вул. Жуковського, 64, м. Запоріжжя, Україна, 69063

ORCID: 0000-0003-0193-8722

### **Марк ШЕВЧУК**

аспірант кафедри системного аналізу та обчислювальної математики, Національний університет «Запорізька політехніка», вул. Жуковського, 64, м. Запоріжжя, Україна, 69063

ORCID: 0000-0001-6245-1331

**Бібліографічний опис статті:** Савранська, А., Шевчук, М. (2024). Прогнозування економічних показників торговельного підприємства з урахуванням сезонності продажів. *Information Technology: Computer Science, Software Engineering and Cyber Security*, 1, 89–97, doi: <https://doi.org/10.32782/IT/2024-1-11>

## **ПРОГНОЗУВАННЯ ЕКОНОМІЧНИХ ПОКАЗНИКІВ ТОРГІВЕЛЬНОГО ПІДПРИЄМСТВА З УРАХУВАННЯМ СЕЗОННОСТІ ПРОДАЖІВ**

Прогноз обсягу продажу та інших економічних показників є важливими складовими під час планування діяльності торговельних організацій. Він будується на кількох факторах: історичні дані, галузеві та ринкові тенденції, поточний стан воронки продажів. Точність прогнозу залежить від двох найважливіших елементів: збору достовірних вхідних даних та отримання правильних висновків. Переоцінивши динаміку зростання, компанія може даремно інвестувати кошти у збільшення запасів чи чисельності команди. Недооцінка обсягу продажу може призвести до появи дефіциту і, як наслідок, часткову втрату потенційного прибутку.

При побудові прогнозу продажів має значення оцінка сезонності попиту. Облік сезонності ускладнює задачу прогнозування, збільшуючи кількість змінних, що призводить до застосування більш складних моделей у практиці управління бізнесом.

Тому **метою даної роботи** є розробка практичного алгоритму побудови прогнозу економічних показників торговельного підприємства з яскраво вираженою сезонністю продажів, що базується на використанні різних підходів прогнозування за допомогою рядів Фур'є.

У розробленому алгоритмі використовуються значення деякого економічного показника торговельного підприємства протягом кількох попередніх років. Цей період розбивається на дві частини: набір калібрувальних даних та набір перевірочних даних, який дозволить проаналізувати якість результатів побудови прогнозу. Дані з калібрувального набору апроксимуються рядами Фур'є (для кожного року окремо). Будується ряд, коефіцієнти якого є експоненціально згладженими значеннями коефіцієнтів рядів Фур'є, взятими з калібрувального набору. Далі формується прогноз для перевірочного періоду, при побудові якого коефіцієнти ряду Фур'є підбираються з урахуванням мінімізації похибки відхилень прогнозних значень економічного показника від значень з перевірочного періоду.

**Наукова новизна** даної роботи полягає в розробці методики прогнозування економічних показників, що базується на апроксимації часових рядів рядами Фур'є за декілька попередніх років, знаходженні середнього згладженого значення коефіцієнтів рядів Фур'є та побудові ефективного прогнозу тренд-сезонної моделі показників торговельного підприємства.

Створений алгоритм апробовано на реальних даних підприємства оптової торгівлі та впроваджено в практику планування закупівель. Прогноз, побудований за допомогою цього алгоритму в подальшому планується застосовувати для створення системи керування залишками підприємства з використанням дискретних систем керування зі спостерігачами вектору стану.

**Ключові слова:** прогнозування, тренд, сезонність, ряд Фур'є, модель, торговельне підприємство.

### **Alla SAVRANSKA**

Associate Professor of the Department of System Analysis and Computational Mathematics, Zaporizhzhia Polytechnic National University, 64, Zhukovsky Str., Zaporizhzhia, Ukraine, 69063, [savranskaya-alla@ukr.net](mailto:savranskaya-alla@ukr.net)

ORCID: 0000-0003-0193-8722

**Mark SHEVCHUK**

Postgraduate Student of the Department of System Analysis and Computational Mathematics, Zaporizhzhia Polytechnic National University, 64, Zhukovsky Str., Zaporizhzhia, Ukraine, 69063, shevchuk.marko@gmail.com  
**ORCID:** 0000-0001-6245-1331

**Bibliographic description of the article:** Savranska, A., Shevchuk, M. (2024). Prohnozuvannia ekonomichnykh pokaznykiv torhivelnogo pidpriemstva z urakhuvanniam sezonnosti prodazhiv [Forecasting of the economic indicators of a trading enterprise taking into account the seasonality of sales]. *Information Technology: Computer Science, Software Engineering and Cyber Security*, 1, 89–97, doi: <https://doi.org/10.32782/IT/2024-1-11>

## FORECASTING THE ECONOMIC INDICATORS OF A TRADING ENTERPRISE TAKING INTO ACCOUNT THE SEASONALITY OF SALES

*The forecast of sales volume and other economic indicators are important components when planning the activities of trading organizations. It is based on several factors: historical data, industry and market trends, the current state of the sales funnel. The accuracy of the forecast depends on two most important elements: the collection of reliable initial data and obtaining the correct conclusions from them. Having overestimated the dynamics of growth, the company may needlessly invest funds in increasing stocks or team size. An underestimation of the sales volume can lead to a deficit and, as a result, a partial loss of potential profit.*

*When building a sales forecast, the assessment of seasonality of demand plays an important role. Accounting for seasonality complicates the task of forecasting by increasing the number of variables, which makes it difficult to use complex models in the practice of business management.*

*Therefore, **the purpose** of this work is to develop a practical algorithm for building a forecast of economic indicators of a trading company with pronounced seasonality of sales, based on the use of various forecasting approaches using Fourier series.*

*The developed algorithm uses the values of some economic indicator of a trading company for several previous years. This period is divided into two parts: a set of calibration data and a set of verification data, which will allow to analyze the quality of the results of forecast construction. Data from the calibration set are approximated by Fourier series (for each year separately). A series is built, the coefficients of which are exponentially smoothed values of the coefficients of the Fourier series, taken from the calibration set. Next, a forecast is formed for the verification period, during the construction of which the coefficients of the Fourier series are selected taking into account the minimization of the error of the deviations of the forecast values of the economic indicator from the values from the verification period.*

***The scientific novelty** of this work consists in the development of a methodology for forecasting economic indicators, based on the approximation of time series by Fourier series for several previous years, finding the average smoothed value of the coefficients of Fourier series and building an effective forecast of the trend-seasonal model of indicators of a trading company.*

*The created algorithm was tested on real data of a wholesale trade enterprise and implemented in the practice of procurement planning. The forecast built with the help of this algorithm is planned to be used in the future to create a management system for the company's balances using discrete control systems with state vector observers.*

**Key words:** forecasting, trend, seasonality, Fourier series, model, trading enterprise.

**Постановка проблеми.** В останні роки в торгівлі відбувся перехід від інтуїтивних рішень щодо планування закупівель до прийняття рішень на основі аналізу даних, які можуть допомогти у прогнозуванні попиту та збільшити обсяги продажу. Особливою актуальністю для торгівельних організацій є прогнозування обсягу продажів з яскраво вираженими сезонними коливаннями. Прогнозування продажів вважається ключем до ефективного управління ланцюжками постачання товарів (Fildes, 2009; Acara, 2012; Xia, 2012) та відіграє важливу роль, особливо в довгостроковій перспективі, для визначення напрямків бізнес-стратегій (Smith, 2010). Точність прогнозу впливає на всі рівні функціонування торгівельного

підприємства. Особливу важливість він має при складанні планів закупівель товарів з урахуванням витрат та управління ланцюжками постачання. Точний прогноз може призвести до значної економії коштів, зменшення оборотного капіталу, збільшення клієнтської бази та підвищення конкурентоспроможності.

Однак відомо, що точних прогнозів надзвичайно важко досягти через багато факторів, таких як макроекономічні зміни ринку, непередбачуваність попиту на окремі товари, випадкові фактори (карантинні обмеження, військові дії тощо). Для вирішення задач прогнозування торгівельні підприємства купують відповідне програмне забезпечення, таке як системи підтримки прийняття рішень щодо прогнозування.

Однак для малих та середніх торговельних підприємств таке програмне забезпечення може виявитися надзвичайно дорогим. Тому в більшості випадків такі компанії вважають за краще використовувати статистичні підходи, засновані, наприклад, на реалізації методів ковзного середнього, експоненціального згладжування, методу Хольта-Вінтерса (Holt, 2004) в електронній таблиці EXCEL. Прогнози які будуються на використанні цих методів ґрунтуються на побудові часових рядів для окремих показників роботи підприємства (обсяг продажів, попит, витрати) за історичними даними, тобто за даними, які взяті за попередні періоди функціонування підприємства. У цих часових рядах виділяють трендову та сезонну компоненти (Гуськова, 2022).

Нагадаємо, що трендова компонента – це частина часового ряду, що плавно змінюється та описує монотонні економічні процеси, такі як збільшення обсягу випуску продукції, монотонне зростання цін, спричинене інфляційними процесами тощо. Сезонна складова має річний період коливань економічного показника.

#### **Аналіз останніх досліджень і публікацій.**

Моделі прогнозування часових рядів, що включають трендову і сезонну компоненти називають тренд-сезонними моделями. Їх побудова здійснюється у два етапи. На першому етапі виділяється тренд і формується детрендований (з виключеним трендом) часовий ряд. На другому етапі цей ряд піддається аналізу щодо наявності сезонних коливань і виділяється сезонна складова ряду. При її формуванні практикують два підходи. Перший полягає у використанні коефіцієнтів сезонності, що є відхиленням досліджуваної величини від середньорічного значення. Другий підхід ґрунтується на розкладі сезонної компоненти в дискретний ряд Фур'є.

Прогнозуванню часових рядів, що з використанням рядів Фур'є, присвячена велика кількість робіт.

У роботі (Press, 2007) прогноз будується з використанням аналізу Фур'є в табличному редакторі EXCEL, при цьому кількість вхідних значень має бути ступенем двійки, проте для економічних показників функціонування підприємства з яскраво вираженою сезонністю кількість значень часового ряду кратна: 12, якщо значення беруться помісячно або 52, якщо значення беруться потижнево. Відкидання деякої кількості членів часового ряду може призвести до суттєвої втрати точності апроксимації.

Інший приклад – ряд Фур'є будується за історичними даними за кілька попередніх років

(Fumi, 2013). Такий підхід добре працює, коли часовий ряд має чітко виражену періодичність, невеликі відхилення значень від лінії тренду. При використанні цього підходу зростає кількість гармонік, відповідно обсяг і складність обчислень, крім того не усереднюються значення досліджуваного економічного показника, взятого в різні роки.

У статті (Li, 2021) запропоновано новий метод частотно-часового аналізу (TF), який називається короткочасним перетворенням Фур'є з використанням непарної симетричної віконної функції (OSTFT), який був апробований на двох складних багатокомпонентних змодельованих числових сигналах. Авторами було показано, що їх метод добре працює на сигналах з миттєвими частотами, що перетинаються.

Автори роботи (Ye, 2024) пропонують модель Фур'є (FTGM), що змінюється в часі, для вирішення проблеми точного прогнозування. FTGM ґрунтується на моделях, які ефективні при обмежених даних, і використовують функції Фур'є для апроксимації параметрів, що змінюються в часі, що дозволяють представляти сезонні коливання. Перевагою цього є можливість адаптивного визначення відповідного ряду Фур'є для моделі FTGM без попереднього знання характеристик даних.

Незважаючи на безліч існуючих підходів до прогнозування з урахуванням сезонності, існує низка недоліків у кожному з них, що ускладнює їх застосування в повсякденній практиці торговельного підприємства.

Також відомо, що модель Хольта-Вінтерса, яка часто використовується для побудови прогнозів, не дозволяє точно оцінити сезонність в умовах високої невизначеності (Dekker, 2004).

Підхід декомпозиції є популярною стратегією, яка використовується статистичними методологіями для обробки сезонності. Цей метод передбачає розкладання часового ряду на три компоненти: тренд, сезонність та залишок (Ord, 2017). Часовий ряд без сезонної складової прогнозується з використанням несезонного методу, а потім до прогнозів знову додається сезонний компонент. Однак точність цього підходу багато в чому залежить від вибору методу декомпозиції та методу об'єднання, що використовується.

Традиційні методи прогнозування стикаються з труднощами при точній оцінці сезонних коливань через тенденції попиту і обмежену доступність даних, що змінюються в часі. Цю проблему практики роздрібних компаній вирішує модель FTGM (Ye, 2024). Однак нічого не відомо про її застосування для оптових компаній, які мають

свою специфіку, а саме залежність обсягу продажів та інших економічних показників компанії від замовлень клієнтів.

**Мета статті та апробація отриманого результату.** Метою даної роботи є розробка практичного алгоритму побудови прогнозу економічних показників торговельного підприємства з яскраво вираженою сезонністю продажів, який ґрунтується на використанні різних підходів прогнозування за допомогою рядів Фур'є. Окремим завданням є перевірка точності алгоритму на реальних даних торговельного підприємства.

**Опис алгоритму.** Розглянемо часовий ряд деякого економічного показника торговельного підприємства за  $m$  років. Частота дискретизації може дорівнювати тижню, місяцю, кварталу.

$$f_1, f_2, \dots, f_s \quad (1)$$

де  $s$  – кількість членів часового ряду.

Вважаємо, що значення часового ряду мають деяку періодичність. Оскільки ми розглядаємо ряд, що складається з економічних показників торговельного підприємства з яскраво вираженою сезонністю продажів, то припускаємо, що довжиною періоду буде рік. Розіб'єм інтервал історичних даних за  $m$  років на дві підмножини: набір каліброваних даних (перші  $m-1$  років) і набір перевірочних даних ( $m$ -ий рік), який дозволить проаналізувати якість результатів. Далі будується ряд Фур'є для каліброваного набору і формується прогноз для перевірочного періоду. При формуванні прогнозу коефіцієнти ряду Фур'є підбираються з урахуванням мінімізації похибки відхилень прогнозних значень від значень перевірочного періоду.

В якості каліброваного набору даних обернемо перші  $s-l$  членів ряду

$$f_1, f_2, \dots, f_{s-l}, \quad (2)$$

де  $l$  – кількість значень часового ряду в кожному періоді (при частоті дискретизації – місяць,  $l=12$ ).

Ряд (1) розділимо на  $m-1$  частин, кожна з яких містить  $l$  значень. Результат цього розбиття представимо у вигляді матриці розмірності  $m-1 \times l$

$$\begin{pmatrix} f_{11}, & f_{12}, \dots, & f_{1l} \\ f_{21}, & f_{22}, \dots, & f_{2l} \\ \dots & \dots & \dots \\ f_{(m-1)1}, & f_{(m-1)2}, \dots, & f_{(m-1)l} \end{pmatrix}, \quad (3)$$

в якій кожен рядок  $f_{k1}, f_{k2}, \dots, f_{kl}$  є значенням показника  $k$ -го періоду.

Для кожного періоду окремо будемо будувати ряди Фур'є. Оголосимо значення  $f_{ki}, i = \overline{1, l}, k = \overline{1, m-1}$  значеннями деякої функції  $f_k(i)$ , де аргумент  $i \in [1, l]$ .

Оскільки ми маємо справу з тренд-сезонною моделлю, значення функції  $f_k(i)$  можна представити у вигляді

$$f_k(i) = z_k(i) + \varphi_k(i), \quad (4)$$

де  $z_k(i)$  – трендове значення,  $\varphi_k(i)$  – сезонна компонента.

Детрендований ряд отримаємо простим відніманням тренду

$$\varphi_k(i) = f_k(i) - z_k(i) \quad (5)$$

Функцію, задану в кожній точці інтервалу часу, що вивчається, можна представити нескінченним рядом пар синусів і косинусів, так званих **гармонік**. Знаходження скінченної суми членів з синусами і косинусами називається **гармонічним аналізом**.

Функцію  $f_k(i)$  замінимо частковою сумою тригонометричного ряду Фур'є

$$f_k(i) \approx y_k(i), \quad i = \overline{1, l} \quad (6)$$

$$y_k(i) = a_{0k} + \sum_{t=1}^{\frac{l}{2}} \left[ a_{tk} \sin\left(t \frac{2\pi i}{l}\right) + b_{tk} \cos\left(t \frac{2\pi i}{l}\right) \right], \quad (7)$$

де  $i$  – номер спостереження;  $t$  – номер гармоніки;  $k$  – номер періоду з каліброваного набору даних,  $k = \overline{1, m-1}$ ;  $t \frac{2\pi i}{l}$  – аргументи тригонометричних функцій;  $a_{tk}, b_{tk}$  – коефіцієнти гармонік.

Кожен член під знаком суми в формулі (7) є гармонікою з певним періодом. Перша гармоніка має період, що дорівнює довжині періоду  $l$ . Друга дорівнює половині довжини періоду  $l/2$ , третя  $l/3$  і т.д. Якщо довжина періоду  $l$ , то кількість гармонік не буде перевищувати  $l/2$ .

Коефіцієнти ряду Фур'є визначаються за методом найменших квадратів. Їх оцінками є наступні вирази:

$$a_{tk} = \frac{2}{l} \sum_{i=1}^l y_k(i) \sin\left(t \frac{2\pi i}{l}\right); \quad (8)$$

$$b_{tk} = \frac{2}{l} \sum_{i=1}^l y_k(i) \cos\left(t \frac{2\pi i}{l}\right). \quad (9)$$

Для визначення коефіцієнту  $a_{0k}$  в часовому ряду  $k$ -го періоду, визначимо спочатку лінійний тренд. Це можна зробити за допомогою вбудованих функцій EXCEL: SLOPE і INTERCEPT. Рівняння лінії тренду буде мати вигляд

$$y_{k_{mp}}(i) = a_{0k} = A_{0k} * i + B_{0k}, \quad (10)$$

де  $A_{0k}$ ,  $B_{0k}$  – коефіцієнти лінійного тренду  $k$ -го періоду.

Далі з вихідних даних часового ряду  $f_k(i)$  видаляємо лінійний тренд, тобто від кожного значення  $f_k(i)$  віднімаємо відповідне значення  $y_{k_{mp}}(i)$ , знайдене з рівняння (10)

$$f_k^*(i) = f_k(i) - y_{k_{mp}}(i), \quad i = \overline{1, l} \quad (11)$$

Детрендований часовий ряд (11) апроксимуємо рядом Фур'є вигляду

$$y_k^*(i) = \sum_{t=1}^{\frac{l}{2}} \left[ a_{tk} \sin\left(t \frac{2\pi i}{l}\right) + b_{tk} \cos\left(t \frac{2\pi i}{l}\right) \right], \quad (12)$$

Коефіцієнти  $a_{tk}$ ,  $b_{tk}$  знаходимо за формулами (8), (9). Для детренованого ряду коефіцієнт  $a_{0k} \equiv 0$ .

Після побудови ряду Фур'є (12) для детренованих значень показника, до кожного значення ряду (12) додаємо відповідні значення лінії тренду з формули (10).

В результаті отримаємо апроксимацію часового ряду вихідних даних  $k$ -го періоду ( $k = \overline{1, m-1}$ ) рядом Фур'є вигляду

$$y_k(i) = A_{0k} * i + B_{0k} + \sum_{t=1}^{\frac{l}{2}} \left[ a_{tk} \sin\left(t \frac{2\pi i}{l}\right) + b_{tk} \cos\left(t \frac{2\pi i}{l}\right) \right], \quad (13)$$

Побудувавши таким чином  $m-1$  рядів Фур'є, перейдемо до створення ряду Фур'є для перевірного  $m$ -го періоду. Цей ряд буде мати вигляд

$$y_m(i) = A_{0m} * i + B_{0m} + \sum_{t=1}^{\frac{l}{2}} \left[ a_{tm} \sin\left(t \frac{2\pi i}{l}\right) + b_{tm} \cos\left(t \frac{2\pi i}{l}\right) \right], \quad (14)$$

$$i = \overline{1, l}$$

Тут  $A_{0m}$  і  $B_{0m}$  – коефіцієнти лінії тренду  $m$ -го періоду.

Для знаходження коефіцієнтів  $a_{tm}$ ,  $b_{tm}$  значення  $a_{tk}$ ,  $b_{tk}$ ,  $k = \overline{1, m-1}$ , будемо розглядати як часові ряди, для яких побудуємо прогнози на один крок вперед. Ці прогнози будемо будувати за допомогою прогнозної моделі Брауна (Brown, 2004) (моделі експоненціального згладжування). В якості прогнозу в цій моделі використовується експоненціальне середнє значення декількох останніх елементів часового ряду, а саме

$$a_{tm} = \sum_{j=1}^{m-1} \alpha (1-\alpha)^{j-1} a_{tj}, \quad t = \overline{1, \frac{l}{2}} \quad (15)$$

$$b_{tm} = \sum_{j=1}^{m-1} \alpha (1-\alpha)^{j-1} b_{tj}, \quad t = \overline{1, \frac{l}{2}} \quad (16)$$

де  $\alpha$  – константа згладжування.

Константу  $\alpha$  будемо обирати з умови, щоб середня відносна похибка прогнозу, знайденого для  $m$ -го періоду за формулою (14), була мінімальною. Середню відносну похибку будемо обчислювати за формулою

$$\delta = \frac{1}{l} \sum_{i=1}^l \delta_i, \quad (17)$$

де

$$\delta_i = \frac{|f_m(i) - y_m(i)|}{y_m(i)} * 100\% \quad (18)$$

Для вибору оптимального значення параметру  $\alpha$  скористаємось надбудовою Microsoft Excel – «Пошук рішення». В якості цільової функції обираємо середню відносну похибку  $\delta$ , змінюючи значення параметру  $\alpha$ . Цільову функцію оптимізуємо до мінімального значення. Таким чином, знайдемо таке значення  $\alpha$ , при якому прогноз (14), побудований для  $m$ -го (перевірочного) періоду, є найкращим наближенням реальних значень часового ряду  $m$ -го періоду.

Маючи апроксимацію рядом Фур'є значень економічного показника для  $m$ -го періоду (14), побудуємо прогноз для наступного  $m+1$  – періоду. В процесі побудови цього прогнозу використовувались лінії тренду, знайдені для кожного з  $m$  періодів окремо, та не враховувалась загальна тенденція зміни економічних показників підприємства.

Коли ми маємо справу з часовими рядами, які описують процеси з яскраво вираженою сезонністю, використання лінії тренду, що побудована для всіх значень часового ряду за  $m$  – періодів, недоцільне. Тренди часових рядів, що починаються в різні місяці року, можуть принципово відрізнятись один від одного, незважаючи на те, що досліджується один і той самий ряд. Наприклад, на деякому торговельному підприємстві на початку кожного року спостерігаються мінімальні продажі, а в кінці року – максимальні. В цьому випадку лінія тренду, побудована для таких значень продажів буде гарантовано зростаючою, навіть коли об'єми продажів спадають з року в рік. Тому, при побудові прогнозу для  $m+1$  – періоду, пропонується використовувати тренд, знайдений для річних значень економічного показника (наприклад, річний об'єм продажів підприємства).

Нехай

$$W_1, W_2, \dots, W_m \quad (20)$$

річні значення економічного показника,  $m$  – кількість років досліджуваного періоду. Знайдемо коефіцієнти лінії тренду для ряду (20) використовуючи вбудовані функції EXCEL: SLOPE і INTERCEPT. Обчислимо прогнозне  $(m+1)$ -е значення для часового ряду (20) за допомогою знайденої лінії тренду. Позначимо його  $W_{m+1}^*$ .

Прогноз для  $(m+1)$ -го періоду напишемо у вигляді

$$y_{m+1}(i) = A_{0m+1} * i + B_{0m+1} + \sum_{t=1}^l \left[ a_m \sin\left(t \frac{2\pi i}{l}\right) + b_m \cos\left(t \frac{2\pi i}{l}\right) \right], \quad (21)$$

де  $i = 1, 2, \dots, l$ .

В якості  $A_{0m+1}$  візьмемо середнє арифметичне відповідних коефіцієнтів попередніх періодів, а саме

$$A_{0m+1} = \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m A_{0j} \quad (22)$$

Коефіцієнт  $B_{0m+1}$  обчислюємо за допомогою надбудови Microsoft Excel – «Пошук рішення». В якості цільової функції обираємо суму прогнозних значень, обчислених за формулою (21), змінюючи значення коефіцієнту  $B_{0m+1}$ . Цільову функцію оптимізуємо таким чином, щоб вона прийняла значення  $W_{m+1}^*$ .

**Експеримент**

Проілюструємо вищенаведений алгоритм побудови прогнозів на прикладі реального торговельного підприємства, яке здійснює оптові продажі нижньої білизни, панчішно-шкарпеткових

виробів та домашнього трикотажу. Підприємством надано дані загального обсягу продажів за 4 роки (2020–2023 рр.) помісячно. Поставлено задачу побудувати прогноз на 2024 р.

Масив даних, наданий підприємством заноситься в таблицю EXCEL та розбивається на дві частини: калібрувальний набір – 2020–2022 рр. та перевірочний – 2023 р. Для даних з калібрувального набору будуються ряди Фур'є для кожного року окремо. В Таблиці 1 наведено розрахунки для обчислення значень ряду Фур'є за 2020 рік.

Середнє значення відносної похибки апроксимації дорівнює  $\delta = 5,12$ .

Коефіцієнти ряду Фур'є обчислюються окремим блоком (Табл. 2).

Після знаходження коефіцієнтів рядів Фур'є для 2020–2022 років, коефіцієнти для побудови прогнозного ряду обчислюються за формулами (15), (16). Константа згладжування підбирається з використанням надбудови Microsoft Excel – «Пошук рішення». В якості цільової функції обираємо середню відносну похибку  $\delta$  для даних 2023 року, змінюючи значення параметру  $\alpha$ . Цільову функцію оптимізуємо до мінімального значення. В даному експерименті  $\alpha = 0,9456$ .

Коефіцієнти рядів Фур'є для прогнозного ряду знаходяться в останньому рядку Таблиці 3. Залишилось знайти трендову складову прогнозу. Для цього обчислимо річні значення продажів за 2020–2023 роки та побудуємо для них лінію тренду. Використовуючи рівняння лінії тренду, знайдемо прогноз **річного** обсягу продажів на 2024 рік (Табл. 4).

Прогноз **помісячного** обсягу продажів на 2024 рік знаходиться за формулою (21), де  $m = 5$ .

Таблиця 1

**Побудова ряду Фур'є для апроксимації обсягу продажів за 2020 рік**

Порядковий номер місяця (за 4 роки), $i$	Місяць, рік	Об'єм продажів, грн $f_k(i)$	Коефіцієнти лінійного тренду	Значення, розраховані за рівнянням лінійного тренду $y_{k_{тр}}(i)$	Детрендовані дані $f_k^*(i)$	$x = \frac{\pi i}{6}$	Апроксимація детрендованого ряду рядом Фур'є $y_k^*(i)$	Апроксимація ряду продажів рядом Фур'є $y_k(i)$	Відносна похибка апроксимації, % $\frac{ f_k(i) - y_k(i) }{y_k(i)}$
1	Январь 2020	578 905,85	40 815,09	667 325,32	-88 419,47	0,52	-128834,25	538491,07	6,98
2	Февраль 2020	716 253,16	626 510,23	708 140,41	8 112,75	1,05	48527,53	756667,94	5,64
3	Март 2020	400 520,50		748 955,50	-348 435,00	1,57	-388849,78	360105,72	10,09
4	Апрель 2020	770 834,38		789 770,59	-18 936,22	2,09	21478,56	811249,15	5,24
5	Май 2020	733 345,60		830 585,68	-97 240,08	2,62	-137654,86	692930,82	5,51
6	Июнь 2020	1 305 497,30		871 400,77	434 096,53	3,14	474511,31	1345912,08	3,10
7	Июль 2020	1 118 103,15		912 215,86	205 887,29	3,67	165472,51	1077688,37	3,61
8	Август 2020	1 116 606,40		953 030,95	163 575,45	4,19	203990,23	1157021,18	3,62
9	Сентябрь 2020	1 064 983,95		993 846,04	71 137,91	4,71	30723,13	1024569,17	3,79
10	Октябрь 2020	1 206 291,20		1 034 661,13	171 630,07	5,24	212044,85	1246705,98	3,35
11	Ноябрь 2020	1 090 056,90		1 075 476,22	14 580,68	5,76	-25834,10	1049642,12	3,71
12	Декабрь 2020	600 301,40		1 116 291,31	-515 989,91	6,28	-475575,13	640716,18	6,73

Таблиця 2

Дані для обчислення коефіцієнтів ряду Фур'є

Номер гармоніки по синусах						Номер гармоніки по косинусах					
1	2	3	4	5	6	1	2	3	4	5	6
-44210	-76574	-88419	-76574	-44210	0	-76574	-44210	0	44210	76574	88419
7026	7026	0	-7026	-7026	0	4056	-4056	-8113	-4056	4056	8113
-348435	0	348435	0	-348435	0	0	348435	0	-348435	0	348435
-16399	16399	0	-16399	16399	0	9468	9468	-18936	9468	9468	-18936
-48620	84212	-97240	84212	-48620	0	84212	-48620	0	48620	-84212	97240
0	0	0	0	0	0	-434097	434097	-434097	434097	-434097	434097
-102944	178304	-205887	178304	-102944	0	-178304	102944	0	-102944	178304	-205887
-141660	141660	0	-141660	141660	0	-81788	-81788	163575	-81788	-81788	163575
-71138	0	71138	0	-71138	0	0	-71138	0	71138	0	-71138
-148636	-148636	0	148636	148636	0	85815	-85815	-171630	-85815	85815	171630
-7290	-12627	-14581	-12627	-7290	0	12627	7290	0	-7290	-12627	-14581
0	0	0	0	0	0	-515990	-515990	-515990	-515990	-515990	-515990

Таблиця 3

Коефіцієнти рядів Фур'є для 2020-2022 років та прогнози значення коефіцієнтів

Рік	Коефіцієнти ряду Фур'є по синусах $a_t$						Коефіцієнти ряду Фур'є по косинусах $b_t$					
2020	-153718	31627	2241	26144	-53828	0	-181762	8436	-164198	-89798	-129083	80830
2021	-91657	-75504	80900	-80348	-96666	0	-159940	-113383	-119049	34255	-30816	-150607
2022	-55370	-132170	75336	2942	-65091	0	-31250	-48171	-182123	34691	-127898	-42453
Прогноз	<b>-57529</b>	<b>-128770</b>	<b>75406</b>	<b>-1274</b>	<b>-66683</b>	<b>0</b>	<b>-38316</b>	<b>-51359</b>	<b>-178824</b>	<b>34300</b>	<b>-122907</b>	<b>-47652</b>

Таблиця 4

Прогноз річного об'єму продажів

Порядковий номер року	Рік	Продажі	Тренд
1	2020	10 701 699,79	10 833 135,34
2	2021	11 027 048,57	11 158 251,41
3	2022	12 140 079,85	11 483 367,48
4	2023	11 414 409,60	11 808 483,55
5	2024		<b>12 133 599,62</b>

$$y_5(i) = A_{05} * i + B_{05} + \sum_{t=1}^6 \left[ a_{t4} \sin\left(t \frac{2\pi i}{l}\right) + b_{t4} \cos\left(t \frac{2\pi i}{l}\right) \right], \quad (23)$$

$$i = \overline{1,12}.$$

Коефіцієнт  $A_{05}$  обчислимо як середнє арифметичне відповідних коефіцієнтів попередніх років, а саме  $A_{05} = \frac{1}{m4} \sum_{j=1}^{m4} A_{0j}$ .

Коефіцієнт  $B_{0m+1}$  підбираємо за допомогою «Пошуку рішення» таким чином, щоб сума прогнозних значень, обчислених за формулою (23), прийняла значення прогнозного річного обсягу продажів, а саме  $w_5^* = 12133599,62$ .

На Рис. 1 представлено графік, на якому лінія помаранчевого кольору – це реальні значення

об'єму продажів за 4 роки (2020–2023), лінія зеленого кольору – це апроксимація реальних значень за 4 роки та прогноз продажів на 2024 рік.

**Висновки.** Науковою новизною даної роботи є удосконалення методу прогнозування продажів торговельного підприємства за рахунок апроксимації сезонної компоненти рядами Фур'є. Запропоновано алгоритм створення прогнозу об'єму продажів торговельного підприємства на основі історичних даних. Алгоритм апробовано на реальних даних підприємства оптової торгівлі та впроваджено в практику планування закупівель. Наступним кроком наших досліджень ми бачимо створення системи керування залишками підприємства з використанням дискретних систем керування зі спостереженнями вектору стану.

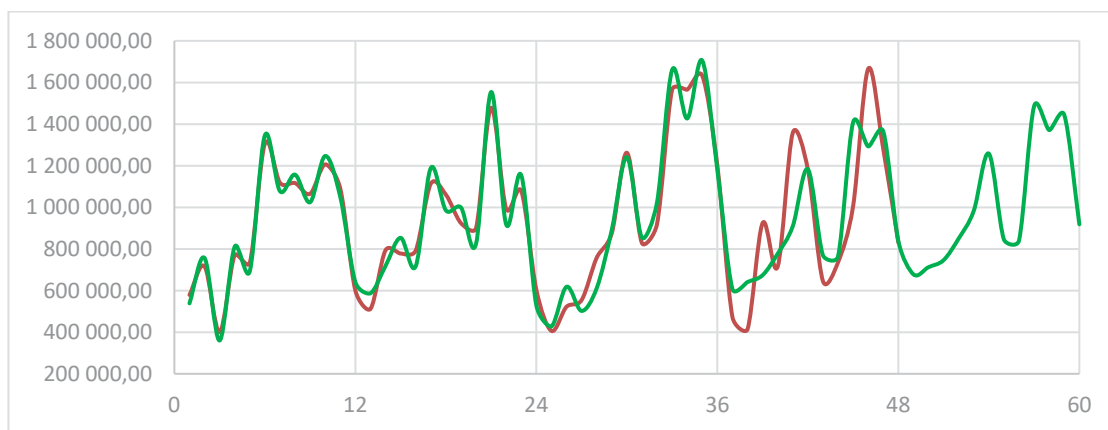


Рис. 1. Прогноз об'єму продажів на 2024 рік

#### ЛІТЕРАТУРА:

1. Fildes R, Goodwin P, Lawrence M, Nikolopoulos K. Effective forecasting and judgmental adjustments: an empirical evaluation and strategies for improvement in supply-chain planning. *International Journal of Forecasting*. 2009. Vol. 25(1). P. 3–23.
2. Acara Y, Gardner ES. Forecasting method selection in a global supply chain. *International Journal of Forecasting*. 2012. Vol. 28(4). P. 842–848.
3. Xia M, Zhang Y, L. W, Ye X. Fashion retailing forecasting based on extreme learning machine with adaptive metrics of inputs. *Knowledge-Based Systems*. 2012. Vol. 36. P. 253–259.
4. Smith C.D, Mentzer J.T. Forecasting task technology fit: The influence of individuals, systems and procedures on forecast performance. *International Journal of Forecasting*. 2010. Vol. 26(1). P. 144–161.
5. Holt CC. Forecasting seasonal and trends by exponentially weighted moving averages. *International Journal of Forecasting*. 2004. Vol. 20(1). P. 5–10.
6. Ймовірнісно-статистичні методи моделювання і прогнозування: наук.-навч. вид. / Гуськова В. Г., Бідюк П. І., Гасанов А. С. Київ: Видавництво НПУ імені М. П. Драгоманова, 2022. 456 с.
7. W. Press; S. Teukolsky, W. Vetterling, B. Flannery. Chapter 12. Fast Fourier Transform. *Numerical Recipes: The Art of Scientific Computing*. New York, USA: Cambridge University Press. 2007. ISBN 978-0-521-88068-8.
8. A. Fumi, A. Pepe, L. Scarabotti and Massimiliano M. Schiraldi. Fourier Analysis for Demand Forecasting in a Fashion Company. *International Journal of Engineering Business Management*. 2013. Vol. 5(37). DOI:10.5772/56840
9. Li M., Liu Y., Zhi S., Wang T., Chu F. Short-time Fourier Transform Using Odd Symmetric Window Function. *Journal of Dynamics, Monitoring and Diagnostics*, 2021. Vol. 1(1). P. 37–45. DOI: 10.37965/https://doi.org/10.37965/jdmd.v2i2.39
10. L. Ye, N. Xie, J. E. Boylan, Z. Shang, Forecasting seasonal demand for retail: A Fourier time-varying grey model. *International Journal of Forecasting*. 2024. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ijforecast.2023.12.006>.
11. M. Dekker, K. van Donselaar, P. Ouwehand. How to use aggregation and combined forecasting to improve seasonal demand forecasts, *International Journal of Production Economics*, Vol. 90, Issue 2, 2004, P. 151–167, <https://doi.org/10.1016/j.ijpe.2004.02.004>.
12. Ord K., Fildes R. A., Kourentzes N. Principles of business forecasting: 2nd ed. Wessex Press Publishing Co. 2017. 588 p.
13. Brown R. G. Smoothing forecasting and prediction of discrete time series. New York. Dover Publications. Dover Phoenix Ed. 2004.480 p.

#### REFERENCES:

1. Fildes, R., Goodwin, P., Lawrence, M. & Nikolopoulos, K. (2009) Effective forecasting and judgmental adjustments: an empirical evaluation and strategies for improvement in supply-chain planning. *International Journal of Forecasting*, 25(1), 3–23.
2. Acara, Y. & Gardner, E.S. (2012) Forecasting method selection in a global supply chain. *International Journal of Forecasting*, 28(4), 842–848.



3. Xia, M, Zhang, Y, L. W, Ye, X. (2012) Fashion retailing forecasting based on extreme learning machine with adaptive metrics of inputs. *Knowledge-Based Systems*. 36, 253–259.
4. Smith, C.D. & Mentzer, J.T. (2010) Forecasting task technology fit: The influence of individuals, systems and procedures on forecast performance. *International Journal of Forecasting*, 26(1), 144–161.
5. Holt, C.C. (2004) Forecasting seasonal and trends by exponentially weighted moving averages. *International Journal of Forecasting*, 20(1), 5–10.
6. Huskova, V. H., Bidiuk P. I. & Hasanov A. S. (2022) *Imovirnisno-statystychni metody modeliuвання i prohnozuvannya: nauk.-navch. vyd.. [Probabilistic-statistical methods of modeling and forecasting]* Kyiv: Vydavnytstvo NPU imeni M. P. Drahomanova – Kyiv: Publishing House of the NPU named after M. P. Drahomanov, 456 c. [in Ukrainian]
7. Press, W., Teukolsky, S., Vetterling, W. & Flannery, B. (2007). Chapter 12. Fast Fourier Transform. *Numerical Recipes: The Art of Scientific Computing*. New York, USA: Cambridge University Press. ISBN 978-0-521-88068-8.
8. Fumi, A. & Pepe, L. (2013). Scarabotti and Massimiliano M. Schiraldi Fourier Analysis for Demand Forecasting in a Fashion Company. *International Journal of Engineering Business Management*, 5(37), DOI:10.5772/56840
9. Li, M., Liu, Y., Zhi, S., Wang, T. & Chu, F. (2021). Short-time Fourier Transform Using Odd Symmetric Window Function. *Journal of Dynamics, Monitoring and Diagnostics*, 1(1), 37–45, DOI: 10.37965/https://doi.org/10.37965/jdmd.v2i2.39
10. L. Ye, N. Xie, J. E. Boylan, Z. Shang. (2024). Forecasting seasonal demand for retail: A Fourier time-varying grey model. *International Journal of Forecasting*. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ijforecast.2023.12.006>.
11. Mark Dekker, Karel van Donselaar, Pim Ouwehand. (2004). How to use aggregation and combined forecasting to improve seasonal demand forecasts, *International Journal of Production Economics*, 90, 2, 151–167, <https://doi.org/10.1016/j.ijpe.2004.02.004>.
12. Ord, K., Fildes, R. A. & Kourentzes, N. (2017). *Principles of business forecasting: 2nd ed.* Wessex Press Publishing Co, 588.
13. Brown, R. G. (2004). *Smoothing forecasting and prediction of discrete time series*. New York. Dover Publications. Dover Phoenix Ed., 480.