УДК 004.03
DOI https://doi.org/10.32782/IT/2022-2-3

Олександр ГУСЄВ
кандидат фізико-математичних наук, професор кафедри безпеки інформації та телекомунікацій, Національний технічний університет «Дніпровська політехніка», просп. Дмитра Яворницького 19, Дніпро, Україна, 49005, gusev1950@ukr.net
ORCID: *0000-0002-0548-728X*
Scopus-Author ID: *53163943300*

Владислав СІДАНЧЕНКО
аспірант кафедри безпеки інформації та телекомунікацій, Національний технічний університет «Дніпровська політехніка», просп. Дмитра Яворницького, 19, Дніпро, Україна, 49005, sidanchenko.vl.v@nmu.one
ORCID: *0000-0001-5581-9177*

Бібліографічний опис статті: Гусєв, О., Сіданченко, В. (2022). Фрактальний аналіз реальних даних про хімічний склад чавуну на випуску доменної печі. *Information Technology: Computer Science, Software Engineering and Cyber Security,* 2, 24–31, doi: https://doi.org/10.32782/IT/2022-2-3

ФРАКТАЛЬНИЙ АНАЛІЗ РЕАЛЬНИХ ДАНИХ ПРО ХІМІЧНИЙ СКЛАД ЧАВУНУ НА ВИПУСКУ ДОМЕННОЇ ПЕЧІ

До характерних особливостей доменного виробництва належать:
– випадковий характер змін у часі фізичних та хімічних властивостей шихтових матеріалів;
– велика кількість чинників (зокрема неконтрольованих), які впливають на кінцевий результат доменної плавки.

Мета роботи. *Зазначені особливості зумовлюють необхідність проведення досліджень властивостей часових рядів, якими представлені результати хімічного аналізу чавуну на випуску. Такі дослідження необхідні для розробки рекомендацій зі створення методик прогнозування хімічного складу чавуну за умов діючого виробництва, адекватних характеру прогнозованого процесу.*

Методологія. *Як правило, часовими рядами є випадкові зміни величин, що дозволяють послідовно уявити еволюцію складних систем на основі отриманих даних (Boffetta, Cencini, Falconi, Vulpiani, 2002). Такий аналіз зводиться до обчислення кореляційних функцій векторів станів – часових послідовностей величин, що характеризують систему. Найбільш поширені методи використовують кореляційний та спектральний аналізи, згладжування та фільтрацію даних, моделі авторегресії та прогнозування (Тюрин, Макаров, 1998; Kornienko, Gerasina, Gusev, 2013). Найчастіше статистичний аналіз грунтується на припущенні, що досліджувана система є випадковою, тобто причинний процес, що створив часовий ряд, має багато складових частин або ступенів свободи. Взаємодія цих компонентів настільки комплексна, що детермінічне пояснення неможливе. При цьому об'єктом дослідження є клас моделей, які відповідають класу випадкового гаусівського процесу. Однак багато реальних часових рядів характеризуються інваріантністю щодо масштабних перетворень (властивість самоподібності), у зв'язку з чим стандартна гаусова статистика виявляється неспроможною і проблема дослідження часових рядів зводиться до аналізу стохастичних самоподібних процесів, які можуть бути описані фрактальними множинами (Мандельброт, 2002; Федер, 1991).*

Наукова новизна. *Дане дослідження передбачає обґрунтування гіпотези про фрактальний характер часових рядів, якими представлені результати хімічного аналізу чавуну на випуску доменної печі.*

Ключові слова: *стохастичні сигнали, випадковий процес, прогнозування, оцінка, фрактальний аналіз, динамічна система.*

Oleksandr GUSEV
Candidate of Physics and Mathematics scientific, Professor at the Department of Information Security and Telecommunications, National Technical University "Dnipro Polytechnic", Dmytro Yavornytskyi ave., 19 Dnipro, Ukraine, 49005, gusev1950@ukr.net
ORCID: *0000-0002-0548-728X*
Scopus-Author ID: *53163943300*

Vladyslav SIDANCHENKO
Postgraduate Student at the Department of Information Security and Telecommunications, National Technical University "Dnipro Polytechnic", Dmytro Yavornytskyi ave., 19 Dnipro, Ukraine, 49005, sidanchenko.vl.v@nmu.one

ORCID: *0000-0001-5581-9177*

To cite this article: Gusev, O., Sidanchenko, V. (2022). Fraktalnyi analiz realnykh danykh pro khimichnyi sklad chavunu na vypusku domennoi pechi [Fractal analysis of real data on the chemical composition of cast iron at the output of a blast furnace]. *Information Technology: Computer Science, Software Engineering and Cyber Security*, 2, 24–31, doi: https://doi.org/10.32782/IT/2022-2-3

FRACTAL ANALYSIS OF REAL DATA ON THE CHEMICAL COMPOSITION OF CAST IRON AT THE OUTPUT OF A BLAST FURNACE

The characteristic features of blast furnace production include:
– the random nature of changes over time in the physical and chemical properties of the charge materials;
– a large number of factors (especially uncontrolled ones) that affect the final result of blast furnace melting.

The goal of the work. *The specified features make it necessary to conduct studies of the properties of time series, which present the results of the chemical analysis of cast iron at the release. Such studies are necessary for the development of recommendations for the creation of methods for forecasting the chemical composition of cast iron under the conditions of current production, adequate to the nature of the predicted process.*

Methodology. *As a rule, time series are random changes in values that allow us to consistently visualize the evolution of complex systems based on the received data (Boffetta, Cencini, Falconi, Vulpiani, 2002). Such an analysis comes to the calculation of correlation functions of state vectors - time sequences of values characterizing the system. The most common methods use correlation and spectral analyses, data smoothing and filtering, autoregression and forecasting models (Tiuryn, Makarov, 1998; Kornienko, Gerasina, Gusev, 2013). Statistical analysis is very often based on the assumption that the studied system is random, the causal process, that created the time series and has many constituent parts or degrees of freedom. The interaction of these components is so complex that a deterministic explanation is impossible. At the same time, the object of research is a class of models that correspond to the class of a random Gaussian process. However, many real time series are characterized by invariance of scale transformations (property of self-similarity), due to which standard Gaussian statistics are untenable and the problem of studying time series comes to the analysis of stochastic self-similar processes that can be described by fractal sets (Mandelbrot, 2002; Feder, 1991).*

Scientific novelty. *This research involves substantiating the hypothesis about the fractal nature of time series, which present the results of chemical analysis of cast iron at the output of a blast furnace.*

Key words: *stochastic signals, random process, forecasting, estimation, fractal analysis, dynamical system.*

Актуальність дослідження. Математичне моделювання нелінійних динамічних систем є міждисциплінарним інструментом дослідження різноманітних процесів у природі та суспільстві. У цьому реалізується єдиний методологічний підхід, що дозволяє з урахуванням об'єктивних законів аналізувати рух різноманітних динамічних систем різного рівня складності – від механічних до соціальних.

Аналіз попередніх досліджень. Спочатку основні математичні моделі динамічних систем були розроблені для технічних і природничих додатків. Згодом з'ясувалося, що аналогічні ефекти, закономірності поведінки притаманні іншим системам – метеорологічним, економічним, фінансовим, соціальним. Складні господарські системи охоплюють майже всі перелічені напрями. Наприклад, енергетика включає технічні аспекти динамічної поведінки апаратів, систем передачі енергії, взаємозв'язок з метеорологічною ситуацією, охоплює велике коло економічних і фінансових проблем, які при невдалому вирішенні можуть спровокувати втрату стійкості в соціальному середовищі. Основна проблема при математичному моделюванні динамічної системи полягає у розробці моделі, адекватної реальним процесам із прийнятною похибкою. Перші результати досліджень динамічних систем було отримано під час аналізу моделей природничо-наукових дисциплін – механіки, біології, метеорології, фізики. Для простих механічних систем існують доступні для огляду моделі на основі нелінійних диференціальних рівнянь, які повністю відображають динаміку процесу з урахуванням складних нелінійних ефектів. Нетрадиційні результати, одержувані у таких моделях (нелінійні ефекти при коливаннях, залежність амплітуди від частоти, втрата динамічної стійкості, біфуркації рішень, перехід до хаосу, дивний атрактор) повністю повторюються в реальних експериментах.

Згадані вище нетривіальні результати отримані чисельно, і чисельні експерименти останнім часом є основним інструментом, що дозволяє продовжити дослідження та розвинути результати, одержувані за допомогою якісної теорії нелінійних диференціальних рівнянь.

У суттєво нелінійних моделях, поряд зі звичними циклічними коливаннями, виявляються складні полігармонічні стійкі та нестійкі режими, дивний атрактор – це ті режими, які принципово не можуть бути досліджені в рамках лінійного та квазілінійного підходу, але які отримані при аналізі, суттєво не стійко повторюються у чисельних та натурних експериментах.

Узагальнюючи ці результати, можна вважати, що хаос є природною динамічною формою еволюції складної системи та часто зустрічається (можливо як перехідний режим) у простих динамічних системах. Штучне усунення хаосу (в механіці – за рахунок великої диссипації енергії, в економіці – за рахунок надмірної зарегульованості, плановості, високого оподаткування, у соціумі – за рахунок законодавчих обмежень та самообмежень, пов'язаних з ментальністю) веде до усунення складних динамічних режимів та переходу рішенням, деградації системи (Петров, 2010).

Висновок. Перелічені фактори, перш за все, вказують на необхідність альтернативного підходу до аналізу даних про роботу складних нелінійних систем.

Виклад основного матеріалу.

Фрактальний підхід до оцінки значень часових рядів, якими представлені результати хімічного аналізу чавуну на випуску доменної печі. Поняття фрактал було вперше запроваджено Бенуа Мандельбротом у 1975 році. Слово утворене від латинського fractus – що складається із фрагментів. З математичної точки зору фрактальний об'єкт, перш за все, має дробову (неціле) розмірність. Інша важлива властивість, яку мають майже всі фрактали – властивість самоподібності (масштабна інваріантність). Фрактал можна розбити на скільки завгодно малі частини так, що кожна частина виявиться просто зменшеною частиною цілого. Прикладом природного фрактального об'єкта представлені на рисунку 1, крижані візерунки на склі (Veres, Boda, 2000; Kugiumtzis, Boudourides, 1998).

Насправді випадкові процеси зберігають властивість самоподібності лише до певної межі. Ця міра статистичної стійкості процесу при багаторазовому масштабуванні визначається показником Херста *H* чи параметром самоподібності.

Аналіз часових рядів на самоподібність проводився на основі реальних даних про вміст кремнію в чавуні, отриманих у різні часові періоди на доменній печі №3 (ДП-3) Маріупольського металургійного комбінату ім. Ілліча (ММК) за допомогою показника Херста *H*.

Аналіз фрактальних властивостей часових рядів, зокрема властивостей самоподібності, виконувався із застосуванням програми Fractan 4.4. [9]

Основна кількісна характеристика фракталів – топологічна розмірність *D*, запроваджена Хаусдорфом. Для більшості природних часових рядів аналітичне знаходження топологічної фрактальної розмірності неможливе, тому *D* визначають чисельно: або у вигляді кореляційної оцінки, або через величини, пов'язані з нею простими співвідношеннями (наприклад, через показник Херста *H*). Для калібрування часових вимірів Херст ввів безрозмірне відношення. Цей спосіб аналізу стали називати методом нормованого розмаху або *R/S* – аналізом (Федер, 1991, с. 262).

Рис. 1. Крижані візерунки на склі

Результат *R/S* – аналізу є обчислення показника Херста *H*, який є статистичною характеристикою структури та визначається для часових рядів за рівнянням:

$$R/S = \left(\frac{\tau}{2}\right)^{H} \qquad (1)$$

де *R* – нормований розмах варіації (різниця максимального та мінімального значень вимірюваного параметра);

S – стандартне відхилення (корінь квадратний від дисперсії);

τ – період (довжина низки) спостережень.

Однією з основних властивостей фрактального (самоподібного) процесу є повільне зменшення автокореляційної функції (АКФ) (рисунок 2). Ця властивість має ключове значення в теорії самоподібних процесів і фактично визначає найважливішу з погляду прогнозування характеристику випадкового процесу – тривалість пам'яті процесу.

З рисунка 2 видно, що АКФ має повільно спадаючий характер, а в «хвості» відсутня тенденція прагнення нуля. Така поведінка АКФ є характерною для самоподібних процесів.

Показник Херста H інтерпретується наступним чином (Федер, 1991; Кузнецов, 2002, с. 296):

$H = 0.5$ – передбачає часовий ряд у вигляді білого шуму (незалежний, випадковий процес);

$0 \le H < 0.5$ – означає рожевий шум або антиперсистентність (часовий ряд змінює напрямок частіше, ніж ряд випадкових незалежних величин);

$0.5 < H \le 1$ – означає чорний шум або персистентність (часовий ряд характеризується ефектом довготривалої пам'яті і має схильність до трендів). Трендостійкість поведінки процесу збільшується при наближенні до одиниці.

Зазначимо, що показник Херста пов'язаний із топологічною фрактальною розмірністю співвідношенням $D = 2 - H$.

Розрахункові значення показника Херста для досліджуваного часового ряду склали $H = 0,5966 \pm 0,1662$, що також підтверджує самоподібний характер процесів. Оцінка H виконувалася методом R/S – аналізу. Графік R/S – статистики аналізованого ряду наведено рисунку 3.

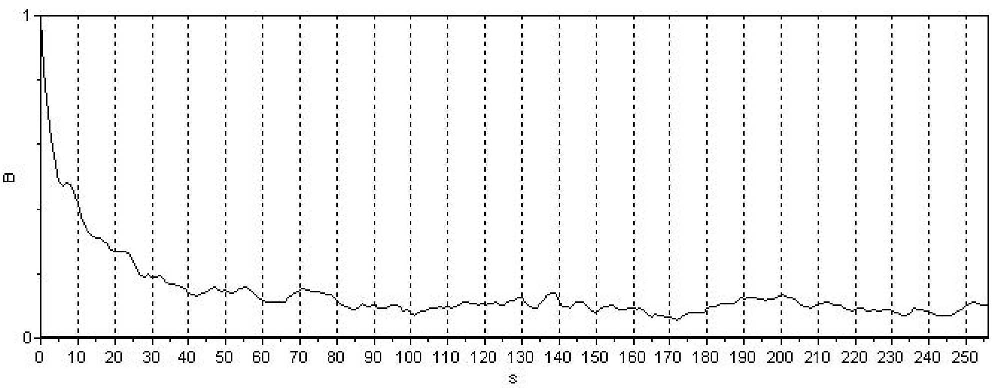

Рис. 2. АКФ досліджуваного часового ряду

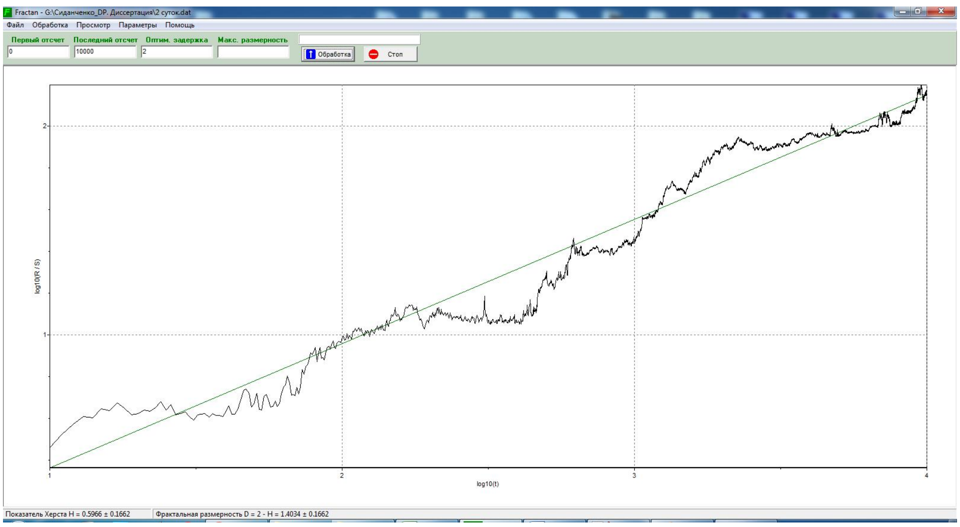

Рис. 3. Показник Херста для досліджуваного часового ряду

Таким чином встановлено, що досліджувані часові ряди носять фрактальний характер і мають властивість самоподібності. Отже, подальше дослідження необхідно проводити не з використанням класичних методів, а з використанням фрактальних методів і методів стохастичної динаміки, які адекватні характеру досліджуваних процесів. Ідея застосування методів хаотичної динаміки до аналізу часових рядів полягає в тому, що структура хаотичної системи, що містить у собі всю інформацію про систему, а саме, її атрактор може бути відновлена через вимір тільки однієї динамічної системи, що спостерігається, фіксованої як часовий ряд (Кузнецов, 2002)

Відповідно до методу Грасбергера і Прокаччіа (Grassberger, Procaccia, Characterization, 1983), процедура реконструкції фазового простору та відновлення хаотичного атрактора системи при динамічному аналізі часового ряду зводиться до побудови так званого лагового або відновленого простору за допомогою методу затримки.

Вектори $\overline{S_k}$ в новому просторі вкладення сформовані з значень часового ряду скалярних вимірювань з часовим запізненням:

$$\overline{S_k} = \left(S_{k-(m-1)\tau}, S_{k-(m-2)\tau,\dots,} S_k\right) \tag{2}$$

де: *k* – розмір часового ряду; *m* – розмірність вкладення; *τ* – затримка (лаг).

Для кількісної характеристики та виявлення закономірностей, пов'язаних з динамікою системи, необхідний детальний аналіз геометричного образу динамічного режиму – атрактора, що є так званим притягуючим безліччю траєкторій системи в *D* – мірному фазовому (або псевдофазовому) просторі. Координатами фазового простору є динамічні змінні процеси. Кожному типу динамічного поведінки відповідає власний атрактор і, звісно, його геометричний образ – фазовий портрет. Наприклад, динаміка звичайної хімічної реакції відповідає аттрактор типу стійкої точки. Регулярним коливанням відповідає стійкий граничний цикл. Цим класичним атракторам відповідають класичні геометричні області: точка, замкнута крива (коло, еліпс тощо) або поверхня у формі тора. На противагу цьому, невпорядковані траєкторії фазового портрета вказують на наявність хаотичного атрактора. До цього класу атракторів відноситься і так званий дивний атрактор, геометричним образом якого фазовому просторі є фрактальний об'єкт.

У теоремах Такенса (Takens, 1981) і Сойера (Sauer, 1991) показано, що послідовність *{ Sk }* складається з скалярних вимірів структури динамічної системи, тоді, за певних припущеннях, таке відновлення фазового портрета є точною картиною реальної множини *{ x }* (якщо *m* досить велике). Іншими словами, реальний атрактор динамічної системи і атрактор відновлений в лаговому просторі по часовому ряду згідно з зазначеним вище правилом (псевдоатрактор), при адекватному підборі розмірності вкладення *m*, є топологічно еквівалентними і має однакові узагальнені фрактальні розміри.

У тому випадку, якщо аналізований часовий ряд є реалізацією випадкового процесу, то відновлений псевдоаттрактор буде походити на безструктурну хмару точок, яка при послідовному нескінченному збільшенні розмірності вкладення лагового простору *m*, подібно до газу, заповнює весь наданий йому обсяг (Кузнецов, 2002).

Вигляд дивного атрактора (фазовий простір 2D) для досліджуваного часового ряду у нормованих координатних осях наведено на рисунку 4. Тут чітко видно область тяжіння, що є щільним «ядром». У той самий час для випадкової послідовності, як зазначалося вище, точки відновленого псевдоаттрактора утворюють безструктурну хмару в лаговому просторі.

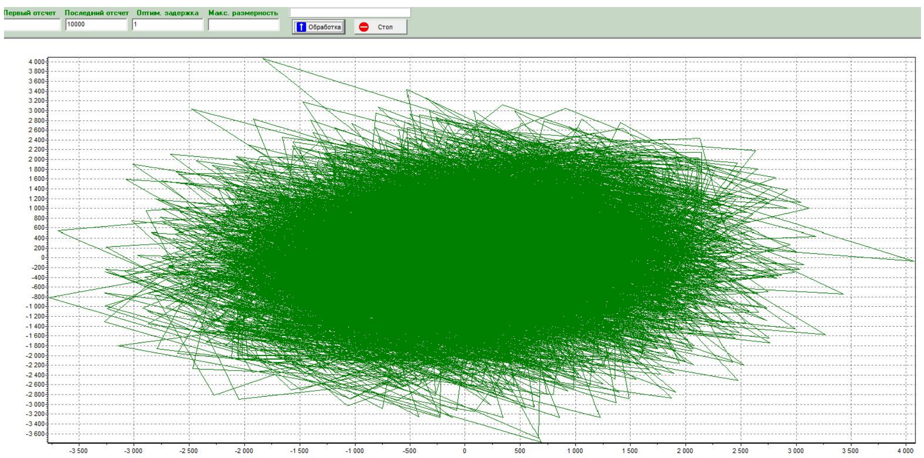

Рис. 4. Фазовий портрет дивного атрактора

На основі досліджуваного часового ряду можна побудувати кореляційну ентропію *K*, яка показує ступінь розбігання близьких фазових траєкторій та дозволяє оцінити кількість інформації, необхідної для прогнозу поведінки процесу в майбутньому. Кореляційна ентропія визначає нижню межу ентропії Колмогорова – Сина *K* (визначає швидкість втрати інформації про стан системи та дозволяє судити про те, наскільки динамічна система хаотична).

На рисунку 5 наведено залежність кореляційної ентропій від розмірності простору вкладення *n* досліджуваного часового ряду.

Кореляційна ентропія не зростає, що свідчить про наявність хаотичної складової. Величина *K* достатня мала ($K = 0,636$), що визначає хорошу трендостійкість і передбачуваність процесу на 4–6 кроків уперед.

Одна з основних і найінформативніших характеристик хаотичних процесів – кореляційна розмірність відновленого атрактора *D* показує ступінь складності системи, що породжує процес, який спостерігається. Чим складніша система, тим більше рівнянь потрібно для її опису, тим більша кореляційна розмірність, а сам процес ближчий за своїми характеристиками до білого шуму. Таким чином, цю величину можна розглядати як міру стохастичності процесу. $D = 9,867$, рисунок 6. Відомо, що кореляційна розмірність більше п'яти передбачає істотний вплив випадкових складових. Тоді можна залишити гіпотезу про те, що досліджувані ряди мають детермінований хаотичний характер зі стохастичними компонентами, а їх фазовий портрет є дивним атрактором.

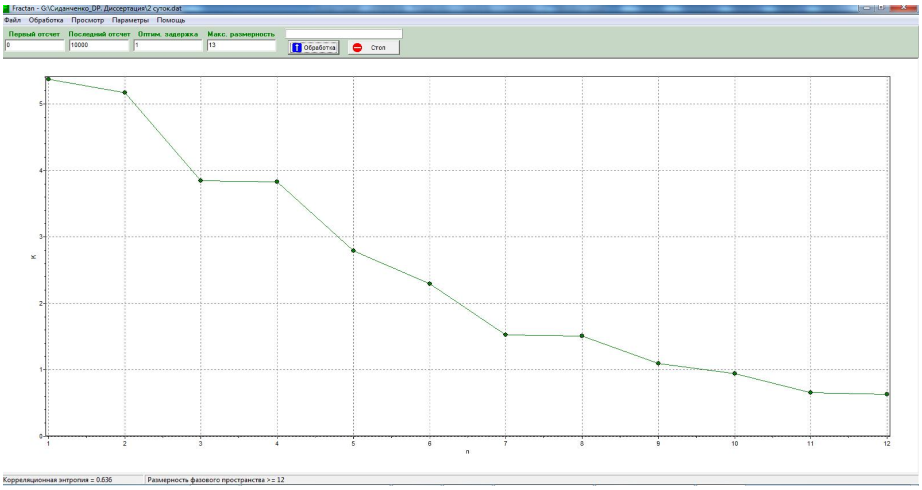

Рис. 5. Залежність кореляційної ентропії від розмірності вкладення

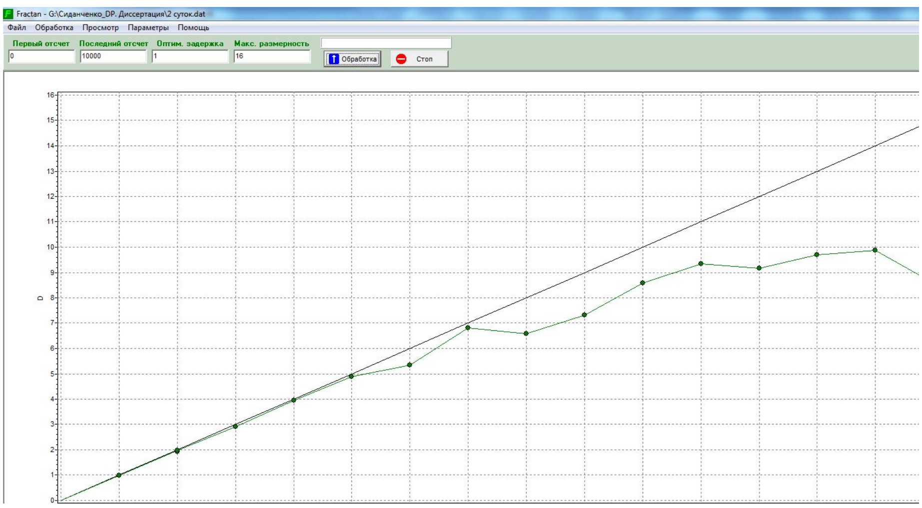

Рис. 6. Залежність кореляційної розмірності від розмірності вкладення

Висновки. Експериментально встановлено, що часові ряди, якими представлений відсотковий вміст кремнію в чавуні на випуску, мають фрактальний характер і мають властивість самоподібності. Це означає, що часова еволюція системи, що вивчається, являє собою стійкий динамічний стан, званий дивним атрактором. Проведено оцінку показників Херста та встановлено значення кореляційних та фрактальних розмірностей атрактора у багатовимірних псевдофазових просторах. Показано, що в системі яка досліджується, відбуваються явища нелінійної динамічної самоорганізації, що підтверджується також *RS* – аналізом часових рядів.

Доведено, що часові ряди, які досліджуються, є персистентними (трендостійкими), тобто мають довготривалу пам'ять і мають дивний атрактор з однією зоною тяжіння.

Наявність довгострокової пам'яті в часових рядах доводить можливість розробки системи середньо – та довгострокового прогнозування. При цьому система повинна використовувати фрактальні фільтри-прогнозатори, характеристики яких адекватні характеру часових рядів, що прогнозуються.

ЛІТЕРАТУРА:

1. Boffetta G., Cencini M., Falconi M., Vulpiani A. Predictability: a way to characterize complexity. Phys. Rep. 2002. V. 356. P. 367-374.

2. Тюрин Ю.Н., Макаров А.А. Статистический анализ данных на компьютере. М.: ИНФРА-М, 1998.

3. Kornienko V.I., Gerasina A.V., Gusev A.Yu. Methods and principles of control over the complex objects of mining and metallurgical production. Energy Efficiency Improvement of Geotechnical Systems, Taylor & Francis Group, London, 2013, p.p. 183-192.

4. Мандельброт Б. Фрактальная геометрия природы. М.: Институт компьютерных исследований, 2002.

5. Федер Е. Фракталы. – М.: Мир, 1991. – 262 с.

6. Петров Л.Ф. Методы динамического анализа экономики. М., Инфра-М, 2010.

7. Veres A., Boda M. The Chaotic Nature of TCP Congestion Control // Proceedings of IEEE INFOCOM, March 2000.

8. Kugiumtzis D. Boudourides M. Chaotic Analysis of Internet Ping Data: Just a Random Generator, SOEIS meeting at Bielefeld, March 27–28, 1998

9. Сычев В. Фрактальный анализ. Программа Fractan 4.4. URL: http:// impb.ru/~sychyov/.

10. Федер Е. Фракталы. М.: Мир, 1991. 262 с.

11. Кузнецов С.П. Динамический хаос. М.: Физматлит, 2002. 296 с.

12. F. Takens, Detecting Strange Attractors in Turbulence. Lecture Notes in Math. Vol. 898, Springer, New York (1981).

13. T. Sauer, J. Yorke, M. Casdagli, Embedology. J. Stat. Phys. 65, 579 (1991).

14.Grassberger P., Procaccia I. Characterization of strange attractors. Phys. Rev. Lett. 50, 346-349 (1983).

REFERENCES:

1. Boffetta G., Cencini M., Falconi M., Vulpiani A. Predictability: a way to characterize complexity // Phys. Rep. – 2002. – V. 356. – P. 367-374.

2. Tiuryn Yu.N., Makarov A.A. (1998). Statystycheskyi analyz dannыkh na kompiutere [The statistical analysis of data on a computer] – M.: INFRA-M, [in Russian].

3. Kornienko V.I., Gerasina A.V., Gusev A.Yu. Methods and principles of control over the complex objects of mining and metallurgical production. Energy Efficiency Improvement of Geotechnical Systems, Taylor & Francis Group, London, 2013, p.p. 183–192.

4. Mandelbrot B. (2002). Fraktalnaya geometriya prirodyi [Fractal geometry of nature] – M.: Institut kompyuternyih issledovaniy, The institute of Computer Research. [in Russian].

5. Feder E. (1991). Fraktalyi [Fractals] – M.: Mir, – 262, [in Russian].

6. Petrov L.F. (2010). Metodyi dinamicheskogo analiza ekonomiki [Methods of the dynamic analysis of the economy]. M., Infra-M, [in Russian].

7. Veres A., Boda M. The Chaotic Nature of TCP Congestion Control // Proceedings of IEEE INFOCOM'2000, March 2000.

8. Kugiumtzis D. Boudourides M. Chaotic Analysis of Internet Ping Data: Just a Random Generator? // SOEIS meeting at Bielefeld, March 27–28, 1998

9. Syichev V. Fraktalnyiy analiz. Programma Fractan [Fractal analysis. Fractan Program 4.4.] – http:// impb. ru/~sychyov/.

10. Feder E. Fractals. – M.: Mir, 1991. – 262 p.

11. Kuznetsov S.P. (2002) Dynamical chaos [Dinamicheskiy haos]. – M.: Fizmatlit. – M.: Fizmatlit, – 296, [in Russian].

12. F. Takens, Detecting Strange Attractors in Turbulence // Lecture Notes in Math. Vol. 898, Springer, New York (1981).

13. T. Sauer, J. Yorke, M. Casdagli, Embedology // J. Stat. Phys. 65, 579 (1991).

14. Grassberger P., Procaccia I. Characterization of strange attractors. // Phys. Rev. Lett. 50, 346–349 (1983).